

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор/Декан  
факультета цифровых технологий  
Шлаев Дмитрий Валерьевич

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)**

**ФТД.02 Численный анализ**

09.03.02 Информационные системы и технологии

Инженерия систем искусственного интеллекта

бакалавр

очная

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций ОП ВО и овладение следующими результатами обучения по дисциплине:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
<p>УК-1                   Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ; осуществляет поиск информации; определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи</p>	<p><b>знает</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия приближённых вычислений: погрешности (входные, погрешности округления и усечения), порядок аппроксимации, нормы и метрики погрешности, условность задачи и числовая устойчивость алгоритма;</li> <li>- классические методы аппроксимации и интерполяции (полиномиальная интерполяция, сплайны, метод наименьших квадратов) и критерии выбора аппроксимации;</li> <li>- базовые алгоритмы для решения систем линейных уравнений: прямые методы (метод Гаусса, LU-разложение, разложение Холецкого), итерационные методы и их свойства;</li> <li>- понятия сходимости, скорость сходимости, оценка вычислительной сложности (асимптотическая оценка операций) и требования к расходу памяти;</li> <li>- базовые техники дискретизации и формализации задач (как свести непрерывную задачу к системе уравнений), модель-постановка и критерии адекватности модели;</li> <li>- принципы тестирования и проверки численных алгоритмов (контрольные примеры, анализ остатков, проверка на известные решения).</li> </ul> <p><b>умеет</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать задачу: выделять математические составляющие, оценивать требования по точности и времени, формализовать её в виде численной модели (например, система линейных уравнений, задача аппроксимации, задача оптимизации);</li> <li>- осуществлять целенаправленный поиск информации: находить релевантные алгоритмы, библиотеки и эмпирические рекомендации (научные статьи, руководства по библиотекам, справочники); критически оценивать источники по критериям достоверности, актуальности и применимости;</li> <li>- ранжировать найденную информацию и варианты решений по критериям: числовая устойчивость, точность, вычислительная сложность, требуемая память, простота реализации и соответствие требованиям задачи;</li> <li>- выбирать и обосновывать метод решения (например: прямой метод для малых плотных систем, итерационный метод + препроцессор для больших разреженных систем);</li> <li>- оценивать и количественно прогнозировать погрешности решения (оценки остатков, нормы, интервалы допустимой ошибки), устанавливать критерии остановки итераций;</li> <li>- документировать и аргументировать выбор модели и метода.</li> </ul>

		<p><b>владеет навыками</b></p> <p>владеть практическими инструментами для поиска и анализа информации: научными базами, документацией библиотек, учебной литературой; уметь использовать критерии качества источников;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- владеть инструментарием для реализации и тестирования численных методов: программирование, умение использовать библиотеки для линейной алгебры (<code>scipy.linalg</code>, <code>scipy.sparse.linalg</code>), визуализации результатов и профилирования кода;</li> <li>- владеть методикой проверки корректности и верификации реализации: построение контрольных примеров, оценка остатков и относительных погрешностей, регрессионные тесты;</li> <li>- владеть приёмами анализа вычислительной сложности и памяти, уметь проводить оценку трудоёмкости и выбирать оптимальные структуры данных (плотные/разреженные матрицы);</li> <li>- владеть навыками подготовки краткого технического отчёта с ранжированием альтернатив решений, оценкой рисков, рекомендациями по внедрению.</li> </ul>
<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.2 Проводит оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных, в том числе с применением философского понятийного аппарата</p>	<p><b>знает</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ключевые понятия численного анализа: погрешности, условность задачи, числовая устойчивость алгоритмов, норма и метрические оценки ошибки;</li> <li>- основные принципы верификации и валидации численных методов: проверка на контрольных примерах, оценка остатков, кросс-проверка результатами аналитических решений;</li> <li>- базовые модели и алгоритмы решения систем линейных уравнений (прямые и итерационные методы), их предпосылки и ограничения применимости;</li> <li>- основы теории доказательств и логики: дедукция и индукция, корректность и полнота рассуждений, причинно-следственные связи, критерии корреляции vs. причинности;</li> <li>- основные эпистемологические понятия, применимые в инженерно-научном контексте: понятия истины, обоснованности, фальсифицируемости гипотез, роль идеализации и модельных допущений;</li> <li>- критерии оценки научной/технической информации: авторитет источника, рецензирование, воспроизводимость результатов, статистическая значимость и корректность интерпретации данных.</li> </ul>

**умеет**

- системно анализировать задачу и сопутствующую информацию: выделять исходные данные, неявные допущения и требуемые метрики качества решения;
- критически оценивать источники информации: проверять рецензируемость, репутацию, наличие репозитория с кодом и данными, подтверждающие эксперименты;
- выявлять и формализовать допущения математических моделей, оценивать их влияние на корректность выводов и область применимости результатов;
- строить логические умозаключения и аргументацию, отделяя эмпирические факты от интерпретаций и гипотез, применять принципы индуктивного/дедуктивного рассуждения при выводах о модели и решении;
- проводить количественную оценку надёжности результатов: вычислять остатки, относительные и абсолютные погрешности, доверительные интервалы; ставить и обосновывать критерии останова итераций;
- анализировать чувствительность решения к изменениям входных данных и параметров (sensitivity analysis) и делать обоснованные выводы о устойчивости модели;
- обнаруживать возможные источники систематических ошибок и предлагать способы их минимизации.

**владеет навыками**

- владеть методиками поиска и критической оценки научно-технической информации: использование баз данных, чтение рецензий, проверка репозитория кода/данных;
- владеть инструментами для воспроизводимой реализации и верификации вычислений: ноутбуки (Jupyter), системы контроля версий (git), контейнеры (Docker), автоматические тесты и наборы контрольных примеров;
- владеть программными средствами численного анализа для оценки погрешностей, расчёта остатков, профилирования и тестирования;
- владеть методиками оформления и аргументации вывода: формулировка предпосылок, изложение доказательной цепочки, обсуждение ограничений и неопределённостей, указание источников и версии использованного ПО/данных;
- владеть элементарным философским понятийным аппаратом для аргументации (понятия верификации/фальсификации, индуктивная обоснованность, критерии достаточности доказательства) и уметь применять эти понятия при оценке результатов.

**знает**

- основные принципы системного подхода: декомпозиция проблемы на подсистемы, идентификация входов/выходов и интерфейсов, учёт взаимодействий и обратных связей;
- понятия моделирования: уровни абстракции, идеализация, моделируемые и немоделируемые факторы, критерии адекватности модели;
- ключевые положения численного анализа: виды погрешностей, условность задачи, числовая устойчивость алгоритмов, сходимость и оценка ошибок;
- классификация методов для систем линейных уравнений (прямые/итерационные), их предпосылки и влияние структуры матрицы на выбор метода;
- методы валидации и верификации: контрольные примеры, анализ остатков, тесты чувствительности, стресс-тестирование;
- основы инженерного проектирования алгоритмов: требования к масштабируемости, эффективности, надёжности и обслуживаемости.

**умеет**

- системно формализовать прикладную задачу: определить границы системы, входные данные, целевые показатели качества, ограничивающие условия и взаимосвязи между компонентами;
- декомпозировать сложную вычислительную задачи на функциональные блоки (модель → численная схема → линейная/нелинейная система → решение, пост-обработка), обосновать последовательность действий;
- выбирать метод и архитектуру решения, учитывая системные требования: точность, устойчивость, время выполнения, ресурсы памяти, возможность параллелизации и масштабирования;
- учитывать взаимодействие между компонентами (пример: дискретизация влияет на обусловленность матрицы → выбор препроцессора и итерационного метода);
- проводить комплексную проверку решения: верификация реализации, валидация модели на реальных данных, анализ остатков и оценка чувствительности;
- выполнять системный анализ рисков: идентифицировать потенциальные источники ошибок (погрешности данных, числовая неустойчивость, неадекватность модели), оценивать их влияние и предлагать меры смягчения;
- интегрировать численные алгоритмы в инженерную систему: определять интерфейсы, требования к формату данных, процедуры логирования и мониторинга.

		<p><b>владеет навыками</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- владеть методикой построения моделей и конвейера обработки: формализация задачи, выбор схемы дискретизации, постановка системы уравнений, выбор алгоритма решения, тестирование и внедрение;</li> <li>- владеть инструментами проектирования и документирования систем: блок-диаграммы, потоковые схемы, спецификации интерфейсов, требования производительности;</li> <li>- владеть навыками программной реализации с учётом системных требований: модульная архитектура кода, тесты (unit/integration), средства профилирования и оптимизации, контроль версий (git), окружения (Docker);</li> <li>- владеть средствами численного анализа и библиотеками, умением выбирать структуры данных (плотная/разрежённая матрица) и препроцессоры;</li> <li>- владеть приёмами масштабирования и параллелизации численных алгоритмов (MPI, многопоточность, векторизация), оценкой производительности и экономии ресурсов;</li> <li>- владеть практикой воспроизводимости и верификации: хранение наборов тестов и данных, фиксирование версий ПО/параметров, отчёты по валидации.</li> </ul>
--	--	--

## 2. Перечень оценочных средств по дисциплине

№	Наименование раздела/темы	Семестр	Код индикаторов достижения компетенций	Оценочное средство проверки результатов достижения индикаторов компетенций
1.	1 раздел. Введение. Приближенные вычисления.			
1.1.	Приближенные числа и действия над ними, оценка точности вычисления	3		Тест
2.	2 раздел. Решение систем линейных уравнений			
2.1.	Численное решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа
2.2.	Численное решение нелинейных алгебраических уравнений и систем	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа
3.	3 раздел. Модели и алгоритмы решения задач численными методами			
3.1.	Численные методы решения экстремальных задач	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа
3.2.	Интерполяция функций	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа
3.3.	Численное интегрирование	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа

3.4.	Численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа
3.5.	Одномерная оптимизация	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа
3.6.	Многомерная оптимизация	3		Коллоквиум, Расчетно-графическая работа
4.	4 раздел. Промежуточная аттестация			
4.1.	Промежуточная аттестация	3		
	Промежуточная аттестация			За

### 3. Оценочные средства (оценочные материалы)

Примерный перечень оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде (Оценочные материалы)
<b>Текущий контроль</b>			
<b>Для оценки знаний</b>			
1	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
<b>Для оценки умений</b>			
<b>Для оценки навыков</b>			
<b>Промежуточная аттестация</b>			
3	Зачет	Средство контроля усвоения учебного материала практических и семинарских занятий, успешного прохождения практик и выполнения в процессе этих практик всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой с выставлением оценки в виде «зачтено», «незачтено».	Перечень вопросов к зачету

#### 4. Примерный фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) "Численный анализ"

##### *Примерные оценочные материалы для текущего контроля успеваемости*

Примерная тематика расчетно-графических работ

Расчетно-графическая работа № 1

Нахождение корней функции.

Задание: Для заданной функции требуется отделить ее действительные корни, уточнить методами простой итерации, половинного деления, хорд и Ньютона.

Порядок выполнения работы:

1. Определить область определения функции.  
2. Задав достаточно большой интервал, получить график функции. По нему попытаться определить интервалы, в которых находятся корни функции.

3. Для каждого найденного интервала произвести вычисление методами Простой итерации, половинного деления, хорд и Ньютона. Вычисления проводить до достижения точности  $\text{eps}=0.0001$ .

4. Подсчитать число шагов каждого метода требуемых для достижения заданной точности.

5. Оформить отчет. Отчет должен содержать пункты 1. - 4.

График функции должен демонстрироваться так, чтобы были видны все ее корни.

Расчетно-графическая работа №2

Приближенное вычисление определенного интеграла

Задание: Вычислить определенный интеграл от заданной функции методами левых прямоугольников, трапеций и Симпсона. Оценить и сравнить погрешности.

Порядок выполнения работы:

1. Вычислить аналитически заданный интеграл.

2. Вычислить интеграл методом левых прямоугольников. Найти абсолютную и относительную погрешности. Вычисления провести для  $n=4$  и  $n=10$ .

3. Вычислить интеграл методом трапеций. Найти абсолютную и относительную погрешности. Вычисления провести для  $n=4$  и  $n=10$ .

4. Вычислить интеграл методом Симпсона. Найти абсолютную и относительную погрешности. Вычисления провести для  $n=4$  и  $n=10$ .

5. Сравнить погрешности вычислений разными методами.

6. Оформить отчет.

Расчетно-графическая работа № 3

Задание: Решить приближенно дифференциальное уравнение  $y' = f(x, y)$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(x_0) = y_0$  на отрезке с шагом  $h=0,1$ :

1) Методом Эйлера;

2) Методом Рунге-Кутты.

Порядок выполнения работы

1. Решить аналитически дифференциальное уравнение (задачу Коши).

2. Решить задачу Коши методом Эйлера.

3. Решить задачу Коши методом Рунге-Кутта 4 порядка.

4. Построить графики полученных решений.

***Примерные оценочные материалы  
для проведения промежуточной аттестации (зачет, экзамен)  
по итогам освоения дисциплины (модуля)***

1. Понятие погрешности. Погрешность функции одной и нескольких переменных.
  2. Теорема о сходимости простых итераций. Оценка скорости сходимости.
  3. Сходимость метода хорд. Оценка его абсолютной погрешности.
  4. Теорема о сходимости метода Ньютона решения нелинейного уравнения. Оценка его абсолютной погрешности.
  5. Сходимость метода Ньютона на интервале  $[a; b]$  со специальным выбором начальной точки.
  6. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
  7. Методы квадратных корней.
  8. Схема Халецкого.
  9. Метод итераций.
  10. Число обусловленности и анализ ошибок.
  11. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы.
  12. Разностный оператор. Повторные разности от многочлена. Разностные уравнения первого и второго порядка.
  13. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
  14. Оценка погрешности интерполяции: погрешность метода и погрешность от начальных данных.
  15. Интерполяционный многочлен Ньютона.
  16. Численное дифференцирование, его погрешность.
  17. Общая задача интерполирования. Теорема о наилучшем среднеквадратичном приближении.
  18. Квадратурные формулы. Интерполяционные квадратурные формулы. Алгебраическая степень точности. Теорема об эквивалентности.
  19. Формулы Ньютона-Котеса. Вывод формул трапеции и Симпсона (с остаточным членом).
  20. Составные формулы квадратур. Составные формулы трапеций и Симпсона (с остаточным членом).
  21. Метод экстраполяции повышения точности квадратурных формул. Правило Рунге.
  22. Квадратурные формулы Гаусса наивысшей степени точности. Лемма 1 (с доказательством).
  23. Квадратурные формулы Гаусса. Теорема о существовании и единственности.
  24. Оценка погрешности квадратурных формул. Функция влияния. Примеры.
  25. Интерполяционные формулы Адамса. Теорема об их погрешностях.
  26. Метод Эйлера решения обыкновенного дифференциального уравнения.
  27. Многошаговые методы численного интегрирования задачи Коши. Методы прогноза.
  28. Многошаговые методы численного интегрирования задачи Коши. Методы коррекции.
  29. Методы Рунге-Кутты численного интегрирования задачи Коши.
  30. Устойчивость явного и неявного метода Эйлера численного решения задачи Коши.
- Понятие «жесткой» системы дифференциальных уравнений.
31. Кусочно-полиномиальная аппроксимация.
  32. Определение сплайна. Кубические сплайны дефекта 1.
  33. Эрмитовы сплайны.
  34. Кривые Безье.

***Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)***