Министерство сельского хозяйства Ставропольского края

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Методические рекомендации

**ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 23.02.07 ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ И РЕМОНТ ДВИГАТЕЛЕЙ, СИСТЕМ И АГРЕГАТОВ АВТОМОБИЛЕЙ

Ставрополь, 2023 г.

АННОТАЦИЯ

Данная методическая разработка посвящена актуальной теме организации самостоятельной работы студентов СПО, методам организации, мотивации деятельности студентов. Рассматривается роль самостоятельной работы в обучении высококвалифицированного специалиста. Ключевые слова: самостоятельная работа студента СПО, условия организации, опыт организации, методические рекомендации.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данная методическая разработка разработана с целью помочь правильно организовать самостоятельную внеаудиторную работу по математике студентов 1 курса СПО. Она включает в себя методические рекомендации по выполнению различных видов самостоятельной работы и комплекс самостоятельных работ по основным темам предмета «Математика», которые составлены в соответствии с рабочей программой учебного предмета «Математика».

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ О САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа по математике – это педагогически управляемый процесс самостоятельной деятельности студентов, обеспечивающий реализацию целей и задач по овладению необходимым объемом знаний, умений и навыков, опыта творческой работы и развитию профессиональных интеллектуально-волевых, нравственных качеств будущего специалиста.

1.1 Цель самостоятельной работы

Целью самостоятельной работы студентов является:

- обеспечение профессиональной подготовки выпускника в соответствии с ФГОС СПО;
- формирование и развитие общих компетенций, определённых в ФГОС СПО;
- формирование и развитие профессиональных компетенций, соответствующих основным видам профессиональной деятельности.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений и навыков студентов;
- углубления и расширения теоретических и практических знаний;
- формирования умений использовать специальную, справочную литературу, Интернет;
- развития познавательных способностей и активности студентов, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских знаний.

1.2 Задачи самостоятельной работы

Задачами, реализуемыми в ходе проведения внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся, в образовательной среде являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления: способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;
- развитие исследовательских умений.

2 КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

2.1 Формы контроля выполнения самостоятельной работы

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы может осуществляться в пределах аудиторного времени, отведенного на обязательные учебные занятия по данному курсу.

Результативность самостоятельной работы студентов оценивается посредством следующих форм контроля знаний и умений:

- текущего контроля успеваемости, то есть регулярного отслеживания уровня усвоения материала на лекциях, практических занятиях;
- путем проверки рефератов, контрольных работ, домашних, индивидуальных заданий и других видов работ с подведением итогов в течение учебного семестра;
- промежуточной аттестации.

Самостоятельные работы являются важным средством проверки уровня знаний, умений и навыков.

Массовой формой контроля является экзамен.

2.2 Критерии оценивания

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов, рассматриваемой в комплексе с другими составными элементами учебной нагрузки, предусмотренной программой данного курса, являются:

- уровень освоения студентами учебного материала;
- уровень сформированности умений студента использовать теоретические знания при выполнении практических и прикладных задач;
- умение студента использовать теоретические знания при решении задач;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- уровень сформированности умений студента активно использовать печатные и электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

Контроль результатов самостоятельной работы обучающихся может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и самостоятельную работу по дисциплине «Математика» и может проходить в письменной, устной или смешанной форме с предоставлением изделия или продукта творческой деятельности.

В методических рекомендациях предлагается перечень внеаудиторных самостоятельных работ, которые вы должны выполнить в течение учебного года.

При выполнении внеаудиторных самостоятельных работ студент может обращаться к преподавателю для получения консультации.

3.3 Указания к выполнению внеаудиторной самостоятельной работы

Внеаудиторную самостоятельную работу нужно выполнять в отдельной тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.

Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».

Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения внеаудиторной самостоятельной работы:

«5» - 100 – 85% правильных ответов

«4» - 84 - 75% правильных ответов

«3» - 74 – 60% правильных ответов

«2» - 59% и менее правильных

3 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

3.1 Методические рекомендации по составлению конспекта

Внимательно прочитайте текст.

Уточните в справочной литературе непонятные слова.

При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.

Выделите главное, составьте план.

Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора.

Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана.

При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами.

Записи следует вести четко, ясно.

Грамотно записывайте цитаты.

Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

Критерии оценки составления опорного конспекта

- соответствие содержания теме;
- правильная структурированность информации;
- наличие логической связи изложенной информации;
- соответствие оформления требованиям;
- аккуратность и грамотность изложения;
- работа сдана в срок.

3.2 Методические рекомендации по самостоятельному решению задач.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса.

Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный.

Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи).

Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом.

Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

3.3 Методические рекомендации к написанию реферата

Согласно рабочей программе по дисциплине, на подготовку реферата отводится 2 часа внеаудиторной самостоятельной работы студента.

Одной из основных целей проведения этой формы самостоятельной работы является формирование умений поиска и использования информации; обобщение, систематизация, закрепление и расширение знаний и умений студентов, полученных не только за период изучения данного курса, но и предыдущих ступеней и уровней познания дисциплин математического и общего естественнонаучного цикла.

Студенческий реферат – это творческая работа студента, в которой на основании краткого письменного изложения и оценки различных источников проводится самостоятельное исследование определенной темы, проблемы.

2. Реферат отличают следующие признаки:

а) реферат не копирует дословно содержание первоисточника, а представляет собой новый вторичный текст, создаваемый в результате систематизации и обобщения материал первоисточника, его аналитико-синтетической переработки («аналитико-синтетическая переработка первичного документа с целью создания вторичного»).

б) будучи вторичным текстом, реферат создается со всеми требованиями, предъявляемыми к связному высказыванию, то есть ему должны быть присущи следующие черты: целостность, связность, структурная упорядоченность и завершенность.

в) в реферат должно быть включено самостоятельное мини-исследование, осуществляемое на материале или художественных текстов, или источников по теории и истории литературы.

Реферат выполняется и сдается студентом в установленные преподавателем сроки.

Оформление реферата должно удовлетворять следующим требованиям:

- работа выполняется печатным способом с использованием компьютера и принтера на одной стороне листа формата А4
- реферат (доклад) должен быть оформлен в MS Word, шрифт текста Times New Roman, 14 пт., интервал 1. В работе не допускается использование шрифта разных гарнитур.
- страницы имеют следующие поля: левое 25 мм, правое - 10 мм, верхнее и нижнее - 20 мм. Абзацный отступ одинаковый по всему тексту и равен 5 знакам.

Структура реферата:

1. Титульный лист (приложение 1).
2. Содержание (приложение 2).
3. Введение.
4. Основная часть реферата.
5. Текст работы (главы, части и т.п.).
6. Заключение.
7. Список используемой литературы (приложение 3).
8. Приложения.

Если возникнут затруднения в процессе работы, обратитесь к преподавателю.

Критерии оценки:

Вы правильно выполнили задание. Работа выполнена аккуратно – 5(отлично).

Вы не смогли выполнить 2-3 элемента. Работа выполнена аккуратно-4(хорошо).

Работа выполнена неаккуратно, технологически неправильно – 3(удовлетворительно).

Все структурные элементы работы начинаются с нового листа.

Заголовки располагаются посередине страницы и указываются прописными буквами без кавычек и точки в конце, выделяются полужирным шрифтом. Переносить слова в заголовке не допускается. Заголовки оглавления должны точно повторять заголовки в тексте.

Иллюстрации, используемые в тексте работы, размещаются после первой ссылки на них и сопровождаются словами «Рисунок», «Таблица», «Схема», «График» и т.п. Все иллюстрации нумеруются сквозной нумерацией арабскими цифрами в порядке упоминания в тексте (для каждого вида иллюстраций своя нумерация).

Приложения должны иметь тематические заголовки и нумеруются арабскими цифрами. Перечень приложений указывается в оглавлении.

Все страницы работы, включая приложения, нумеруются по порядку. Первой страницей считается титульный лист, на нем номер не ставится. Порядковый номер печатается вверху страницы по центру.

Библиографические ссылки в виде подстрочных примечаний оформляются в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008. Нумеруются арабскими цифрами в пределах страницы, т.е. с каждой следующей страницы нумерация подстрочных примечаний начинается с цифры «1». Допускается нумеровать в пределах структурных частей работы.

Список источников и литературы оформляется в соответствии с ГОСТ 7.1-2003, ГОСТ 7.80-2000, ГОСТ 7.82-2001.

3.4 Методические рекомендации по подготовке доклада

Доклад – публичное сообщение, представляющее собой развёрнутое изложение определённой темы.

Этапы подготовки доклада:

1. Определение цели доклада.
2. Подбор необходимого материала, определяющего содержание доклада.
3. Составление плана доклада, распределение собранного материала в необходимой логической последовательности.
4. Общее знакомство с литературой и выделение среди источников главного.
5. Уточнение плана, отбор материала к каждому пункту плана.
6. Композиционное оформление доклада.
7. Заучивание, запоминание текста доклада, подготовки тезисов выступления.
8. Выступление с докладом.

Композиционное оформление доклада – это его реальная речевая внешняя структура, в ней отражается соотношение частей выступления по их цели, стилистическим особенностям, по объёму, сочетанию рациональных и эмоциональных моментов, как правило, элементами композиции доклада являются: вступление, определение предмета выступления, изложение, заключение.

Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике.

Вступление должно содержать:

- название доклада;
- сообщение основной идеи;
- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- интересную для слушателей форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Выступление состоит из следующих частей:

Основная часть, в которой выступающий должен раскрыть суть темы, обычно строится по принципу отчёта. Задача основной части: представить достаточно данных для того, чтобы слушатели заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами.

Заключение - это чёткое обобщение и краткие выводы по излагаемой теме

3.5 Методические рекомендации по подготовке сообщения

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.

Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

Критерии оценки подготовки информационного сообщения и доклада:

- актуальность темы;
- соответствие содержания теме;
- глубина проработки материала;
- грамотность и полнота использования источников;
- наличие элементов наглядности.

3.6 Методические рекомендации по составлению презентаций

Требования к презентации

На первом слайде размещается:

- название презентации;
- автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
- год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов

Стиль

- необходимо соблюдать единый стиль оформления;
- нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации;
- вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)

Фон

- для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)

Использование цвета

- на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста;
- для фона и текста используются контрастные цвета;
- особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)

Анимационные эффекты

- нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде;
- не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде

Представление информации

Содержание информации

- следует использовать короткие слова и предложения;
- времена глаголов должно быть везде одинаковым;
- следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных;
- заголовки должны привлекать внимание аудитории

Расположение информации на странице

- предпочтительно горизонтальное расположение информации;
- наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана;
- если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней

Шрифты

- для заголовков не менее 24;
- для остальной информации не менее 18;
- шрифты без засечек легче читать с большого расстояния;
- нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации;
- для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа;

- нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).

Способы выделения информации

Следует использовать:

- рамки, границы, заливку
- разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки
- рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов

Объем информации

- не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут единовременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений.
- наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.

Виды слайдов

Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

Критерии оценки презентации

Содержание оценки

1. Содержательный критерий

правильный выбор темы, знание предмета и свободное владение текстом, грамотное использование научной терминологии, импровизация, речевой этикет

2. Логический критерий

стройное логико-композиционное построение речи, доказательность, аргументированность

3. Речевой критерий

использование языковых (метафоры, фразеологизмы, пословицы, поговорки и т.д.) и неязыковых (поза, манеры и пр.) средств выразительности; фонетическая организация речи, правильность ударения, четкая дикция, логические ударения и пр.

4. Психологический критерий

взаимодействие с аудиторией (прямая и обратная связь), знание и учет законов восприятия речи, использование различных приемов привлечения и активизации внимания

5. Критерий соблюдения дизайн - требований к компьютерной презентации

соблюдены требования к первому и последним слайдам, прослеживается обоснованная последовательность слайдов и информации на слайдах, необходимое и достаточное количество фото- и видеоматериалов, учет особенностей восприятия графической (иллюстративной) информации, корректное сочетание фона и графики, дизайн презентации не противоречит ее содержанию, грамотное соотнесение устного выступления и компьютерного сопровождения, общее впечатление от мультимедийной презентации

Примерная тематика рефератов, сообщений, докладов, презентаций.

1. Показательные и степенные функции в практико-ориентированных задачах
2. Применение сложных процентов в экономических расчетах.
3. Параллельное проектирование.
4. Средние значения и их применение в статистике.
5. Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве.
6. Сложение гармонических колебаний.
7. Графическое решение уравнений и неравенств.
8. Сложение гармонических колебаний.
9. Конические сечения и их применение в технике.
10. Понятие дифференциала и его приложения.
11. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции в точке.
12. Схемы повторных испытаний Бернулли.
13. Исследование уравнений и неравенств с параметром.
14. Истоки математических знаний. Математика в догреческих цивилизациях.
15. Математика Древней Греции. Источники.
16. Математика в древнем и средневековом Китае.
17. Математика в древней и средневековой Индии.
18. История возникновения основных понятий тригонометрии.
19. История развития понятия «функция».
20. Задачи о законе больших чисел.
21. Старинные задачи и способы их решения.
22. Развитие линии уравнений.
23. Геометрия и ее применение в жизни.
24. Сечения в научной деятельности.
25. Геометрические измерения тел и в моей специальности.
26. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.
27. Правильные и полуправильные многогранники.
28. Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях.
29. Биографии и открытия ученых – математиков.
30. Интеграл и его приложения.
31. Исследование уравнений и неравенств с параметром.

Самостоятельная работа обучающегося (всего) 45 часов.

Тема: Корни и степени.
Самостоятельная работа № 1.
Решение заданий по теме «Корни и степени»

Цель: *Знать: понятия степени с натуральным, целым отрицательным, нулевым, рациональным и действительным показателем, а также корня n–ой степени, арифметического квадратного корня; свойства степеней и корней.*
Уметь: находить значения корня и степени на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней и корней;

Методические рекомендации

Степенью называется выражение вида $\boldsymbol{a^n}$**,** $\boldsymbol{a}$ **–** основание степени**, n** – показатель степени.
Свойства степени
1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2. $a^n : a^m = a^{n-m}$
3. $(a^n)^m = a^{nm}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. $a^0 = 1$
7. $a^1 = a$
8. $1^n = 1$
9. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
10. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Корень n-й степени из числа $\boldsymbol{a}$ **(n∈N)** – это такое число $\boldsymbol{b}$**,** $\boldsymbol{n}$**-я степень** которого равна $\boldsymbol{a}$**.**

$$\sqrt[n]{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{b}, \boldsymbol{b}^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{a}$$

Арифметический корень n-й степени из неотрицательного числа $\boldsymbol{a}$ **– это неотрицательное число** $\boldsymbol{c}$**,** $\boldsymbol{n}$**-я степень которого равна** $\boldsymbol{a}$**.**

$$\sqrt[n]{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{c}, \boldsymbol{c}^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{a}\ (\boldsymbol{c} \geq \boldsymbol{0}, \boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{0})$$

Свойства корней
Пусть $a, b\ \in R, a > 0, b > 0$
$k, m, n \in N$
$\sqrt[n]{a^n} = a$
$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$

$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$
$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$
$\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}$

Уравнение $x^n = a$

n - нечетно (n = 2k +1)	n – четно (n = 2k)	$a < 0$
$x = \sqrt[n]{a}, a \in R$	$x = \pm\sqrt[n]{a}, a \geq 0$	Корней нет

Опр. Корнем n-ой степени из неотрицательного числа *a* при четном n называют такое неотрицательное число, которое при возведении в степень *n* дает в результате число *a*.
$x^n = a$, где $a \geq 0$, $n = 2,4,6\ldots$

Рассмотрим примеры:

а) $\sqrt[6]{64} = 2$, т. к. $2^6 = 64$; б) $\sqrt{3} \approx 1{,}7, (\sqrt{3})^2 = 3$

в) $\sqrt[6]{729} = 3$, т. к. $3^6 = 729$; г) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, т. к. $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

Опр. Корнем нечетной степени из отрицательного числа *a* при $n = 3,5\ldots$ называют такое отрицательное число, которое, будучи возведено в степень n, дает в результате число *a*.
$x^n = a, x = \sqrt[n]{a}$ при $a \geq 0$ и $x = -\sqrt[n]{a}$ при $a < 0$

Рассмотрим примеры:

1. $\sqrt[3]{-8} = -2$, т. к. $(-2)^3 = -8$;

2. $\sqrt[5]{-243} = -3$, т. к. $(-3)^5 = -243$;

Примеры. Вычислить: а) $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} = \frac{7^{\frac{1}{9}} \cdot 7^{\frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = 7^{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}-\frac{1}{6}} = 7^0 = 1.$

б) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$ С другой стороны, $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{8} = 2$

в) $\sqrt[5]{\sqrt{1024}} = \sqrt[10]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2$

г) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5*16+1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{3}{2}$

д) $\sqrt[4]{\sqrt{256}} = \sqrt[8]{256} = \sqrt[8]{2^8} = 2$

е) $\sqrt[5]{8} * \sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{8 * 4} = \sqrt[5]{32} = 2$

Упростите выражение:

а) $$\left(\frac{8^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{4}{3}}}{27^{-\frac{1}{9}} \cdot 4^{\frac{1}{4}}}\right)^{-1} = \left(\frac{(2^3)^{\frac{1}{2}} \cdot (3^2)^{\frac{4}{3}}}{(3^3)^{-\frac{1}{9}} \cdot (2^2)^{\frac{1}{4}}}\right)^{-1} = \left(\frac{2^{3\cdot\frac{1}{2}} \cdot 3^{2\cdot\frac{4}{3}}}{3^{3\cdot\left(-\frac{1}{9}\right)} \cdot 2^{2\cdot\frac{1}{4}}}\right)^{-1} = \left(\frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{8}{3}}}{3^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} =$$

$$\left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{3^{\frac{8}{3}}}{3^{-\frac{1}{3}}}\right)^{-1} = \left(2^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{8}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)}\right)^{-1} = (2^1 \cdot 3^3)^{-1} = (2 \cdot 27)^{-1} = 54^{-1} = \frac{1}{54}.$$

б) $$\left(\frac{a^{-\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{12}}} \cdot \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{1}{6}}}\right)^3 = \left(\frac{a^{-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{12}}} \cdot \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{1}{6}}}\right)^3 = \left(\frac{a^{-\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{5}{12}} \cdot a^{-\frac{1}{6}}}\right)^3 = \left(\frac{a^{-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}}}{a^{\frac{5}{12}+\left(-\frac{1}{6}\right)}}\right)^3 =$$

$$= \left(\frac{a^{\frac{7}{12}}}{a^{\frac{3}{12}}}\right)^3 = \left(a^{\frac{7}{12}-\frac{3}{12}}\right)^3 = \left(a^{\frac{4}{12}}\right)^3 = a^{\frac{4\cdot 3}{12}} = a^1 = a.$$

Вопросы и упражнения для самоконтроля.

1.Дайте понятие степени?

2. Дайте определение арифметического квадратного корня?
3. Перечислите основные свойства степени и корня.
4. Вычислить: 1) $134^{(3/4)}$; 2) $7\sqrt[3]{54}$; 3) $\sqrt[4]{7\sqrt[3]{54} + 15\sqrt[3]{128}}$, 4) $9 \cdot 9^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-1}$
5. Возвести в степень:

а) $\left(\sqrt[3]{3a}\right)^9$; б) $\left(5a\sqrt[3]{a}\right)^2$; в) $\left(-5a\sqrt[3]{a^2}\right)^2$; г) $\left(2\sqrt[3]{-3a}\right)^5$

6. Вычислите: а) $\frac{2^5}{2^{-4} \cdot 2^8}$, б) $(3 \cdot \sqrt[3]{64}\ )^2$
7. Запишите выражение $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ в виде степени с дробным показателем.

Решение показательных, логарифмических уравнений и неравенств

Цель: *Знать методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, уметь применять их при решении соответствующих заданий.*

Методические рекомендации

Степени чисел от 0 до 10

n	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

3^n	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	1	7	49	343	2401	16807	117649				
8^n	1	8	64	512	4096	32768					
9^n	1	9	81	729	6561	59049					
10^n	1	10	100	1000	10000						

Решение квадратных уравнений:

$a \cdot x^2 + bx + c = 0$

$D = b^2 - 4ac$ **,**

Если $D > 0,$ **то** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

Если $D = 0,$ **то** $x = \dfrac{-b}{2a}$

Если $D < 0,$ **то корней нет**

Формулы сокращенного умножения:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
3. $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$	3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$
4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	4. $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$
5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	5. $\sqrt[n\cdot k]{a^{n\cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$
6. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	6. $\sqrt[n]{a^n} = a$
7. $a^0 = 1$	7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
8. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \left(\dfrac{b}{a}\right)^{-n}$	
9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	

Используя предложенные методические рекомендации и методические рекомендации к самостоятельной работе №9, выполните задания:

1 вариант

1. Решить уравнения:

а) $4^{x+1} + 4^{x+2} = 40$; б) $3^{2x+1} - 9^x = 18$;

в) $\log_2 x + 2\log_4 x + 3\log_8 x + 4\log_{16} x = 4$;

г) $\log_{\frac{1}{4}}(2x^2 - 7x - 6) = -2$;

2 вариант

1. Решить уравнения:

а) $5^x - 5^{x-1} = 100$; б) $9^{x+1} + 3^{2x+4} = 30$;

в) $\log_3 x + 2\log_9 x + 3\log_{27} x + 4\log_{81} x = 8$;

г) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 17x + 9) = -3$;

д) $3\lg^2 x - 5\lg x + 2 = 0$.
2. Решить неравенства:
а) $4^x - 3\cdot 2^{x+1} + 8 \le 0$; б) $7^{4x^2-9x+6} > 7$;
в) $\log_2(3x-5) > 3$; г) $\lg^2 x - \lg x - 2 > 0$.

д) $5\lg^2 x + \lg x - 1 = 0$.
2. Решить неравенства:
а) $25^x - 4\cdot 5^x - 5 \le 0$; б) $3^{3x^2-7x+6} < 9$;
в) $\log_7(5x-4) \ge 0$; г) $\lg^2 x + \lg x - 2 < 0$.

Задания:
1. Заучивание свойств степеней.
2. Заучивание свойств логарифмов.
3. Подготовить доклады на темы: «Непрерывные дроби», «Применение сложных процентов в экономических расчетах»

Форма контроля: заслушивание докладов, проверка знаний основных формул; проверка наличия домашнего задания; индивидуальных работ по карточкам, выполнение контрольной работы.

Контрольные вопросы:

1. Степень с произвольным действительным показателем и ее свойства.
2. Выполнение тождественных преобразований над степенными выражениями
3. Логарифмы и их свойства.
4. Натуральные логарифмы. Десятичные логарифмы.
5. Правила действий с логарифмами.
6. Формулы сокращенного умножения, разложение на множители.
7. Иррациональные выражения. Преобразование и вычисление иррациональных выражений.

Тема: Тригонометрические уравнения и неравенства.

Самостоятельная работа № 2
История развития и становления тригонометрии

Цель: *Развитие интереса к предмету.*

Подготовить реферат по теме: «История возникновения основных понятий тригонометрии»

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

Решение тригонометрических уравнений повышенной сложности

Цель*: Знать методы решения тригонометрических уравнений, формулы для нахождения корней, уметь использовать полученные знания при решении уравнений повышенной сложности.*

Методические рекомендации

I. Решение простейших тригонометрических уравнений.

Уравнение	Формулы решения	Частные случаи
$\sin x = a$	при $\lvert a\rvert \le 1$ $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k$, $k \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет	$\sin x = 0$; $x = \pi k$, $k \in z$ $\sin x = 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in z$ $\sin x = -1$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in z$
$\cos x = a$	при $\lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm\arccos a + 2\pi n$, $n \in z$ при $\lvert a\rvert > 1$ - решений нет	$\cos x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in z$ $\cos x = 1$; $x = 2\pi n$, $n \in z$ $\cos x = -1$; $x = \pi + 2\pi n$, $n \in z$
$tgx = a$	a - любое число $x = arctga + \pi k$, $k \in z$	-
$ctgx = a$	a - любое число $x = arcctga + \pi k$, $k \in z$	-

II. Тригонометрические уравнения.

Уравнение	Способ решения	Формулы
1. Уравнение содержит только синусы или косинусы (синусы и косинусы) вида $a\sin^2 f(x) + b\sin f(x) + c = 0$ $a\cos^2 f(x) + b\cos f(x) + c = 0$ и т.д.	Уравнение сводится к квадратному (биквадратному) относительно синуса (косинуса)	$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$ $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ $ax^2 + bx + c = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
2. Однородное уравнение I степени вида $a\sin x + b\cos x = 0$ $(a \ne 0, \quad b \ne 0)$	Деление обеих частей на $\cos x \ne 0$. Получаем: $atgx + b = 0$	$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$
3. Однородное уравнение II степени вида $a\sin^2 f(x) + b\sin f(x)\cdot$ $\cdot\cos f(x) + k\cos^2 f(x) = 0$	Деление обеих частей на $\cos^2 x \ne 0$. Получаем: $atg^2 f(x) + btgx + k = 0$	$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$
4. Уравнение вида $atgx + bctgx + c = 0$	Уравнение сводится к квадратному относительно тангенса заменой $ctgx = \frac{1}{tgx}$	$tgx \cdot ctgx = 1$ $ctgx = \frac{1}{tgx}$

III. Основные тригонометрические тождества.

1. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$; $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$; $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
2. $tgx = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = tgx \cdot \cos x$
3. $ctgx = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos x = ctgx \cdot \sin x$
4. $tgx \cdot ctgx = 1 \Rightarrow tgx = \frac{1}{ctgx}$ и $ctgx = \frac{1}{tgx}$

5. $1+tg^2x=\frac{1}{\cos^2 x}$
6. $1+ctg^2x=\frac{1}{\sin^2 x}$

IV. Формулы сложения.

1. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
2. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
3. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
4. $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$
5. $tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha tg\beta}$
6. $tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha tg\beta}$

V. Формулы двойного и половинного аргументов.

1. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$
2. $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$; $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$; $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$
3. $tg2\alpha=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$
4. $\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$
5. $\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$
6. $tg\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

VI. Формулы суммы и разности одноименных тригонометрических функций.

1. $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
2. $\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
3. $\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
4. $\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
5. $tg\alpha\pm tg\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$

Значения тригонометрических функций

град	**0^0**	**30^0**	**45^0**	**60^0**	**90^0**
радиан	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		0
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не существ
ctg α	Не существ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Используя методические рекомендации, решите уравнения:

1. $\sin 6x + \cos 6x = 1 - 2\sin 3x$;
2. $29 - 36\sin^2(x-2) - 36\cos(x-2) = 0$;
3. $2\sin x \cdot \cos x + \sqrt{3} - 2\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$;
4. $\sin 4x = 2\cos^2 x - 1$;
5. $\sin x(\sin x + \cos x) = 1$;
6. $\frac{1}{1+\cos^2 x} + \frac{1}{1+\sin^2 x} = \frac{16}{11}$.

Подсказки.

1. Воспользуйтесь формулой двойного угла для $\sin 6x$ и $\cos 6x$.
2. Обозначьте $x - 2 = t$, решите уравнение, сведя его к квадратному с помощью формулы $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$.
3. Сгруппируйте 1-ое и 3-е слагаемые, примените разложение на множители.
4. Воспользуйтесь формулой двойного угла для $\sin 4x$ и $\cos 4x$, формулой понижения степени $2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$.
5. Раскройте скобки, примените основное тригонометрическое тождество.
6. Приведите дроби к общему знаменателю, а затем используйте основное тригонометрическое тождество $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, сведите уравнение к квадратному.

Задания:
1. Заучивание тригонометрических формул.
2. Изучение учебной и специальной литературы.

Форма контроля: защита реферата, проверка наличия домашнего задания; проверка индивидуальных работ по карточкам, устная работа, выполнение контрольной работы.

Контрольные вопросы:
1.Тригонометрические функции числового аргумента.
2. Основные тригонометрические формулы.
3. Формулы приведения.
4. Четность и нечетность тригонометрических функций.
5. Формулы двойного и половинного аргумента.
6. Формулы сложения.

7. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

8. Обратные тригонометрические функции.

9. Простейшие тригонометрические уравнения. Общие и частные решения.

10. Простейшие тригонометрические неравенства.

Тема: **Функция, свойства, графики.**

Самостоятельная работа № 3.

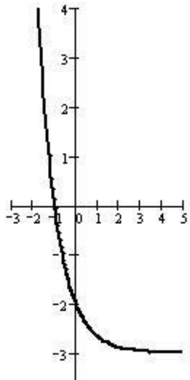
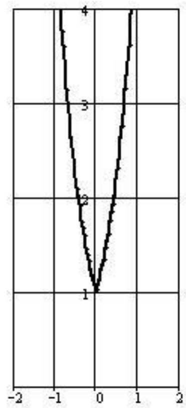
Цель работы: изучить свойства графиков показательных, логарифмических и тригонометрических функций, уметь строить графики тригонометрических функций

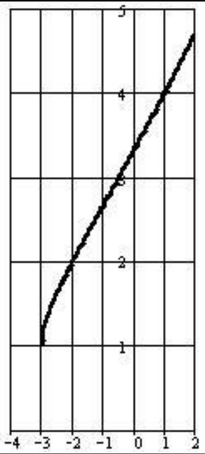
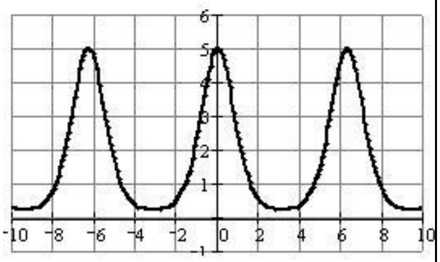
Задания:

1. Изучение учебной и специальной литературы и нахождение ООФ.
2. Какие значения аргумента являются допустимыми для функций:

$y = a^{-x}$	$\mathbf{R}$
$y = a^{\sqrt{x}}$	$[0; \infty)$
$y = a^{\frac{6}{x}}$	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
$y = a^{\frac{8}{\sqrt{5x-4}}}$	$\left(\frac{4}{5}; \infty\right)$

3. На рисунке изображен график функции. Укажите область определения и область значений функции:

$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3$		$y = 0{,}2^{-\lvert x \rvert}$	

$y = 2^{\sqrt{x+3}}$ 	$y = 5^{\cos x}$ 

4. Выбрать правильное решение из таблицы

№ п/п	Задание	ответы			
		1	**2**	**3**	**4**
1	Указать множество значений функций y = log $_{0,8}$(4x - 1)	$(4;\infty)$	$\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;4)$
2	Указать область определения функции f(x) = $\dfrac{11}{2-\log_3 x}$	$(0;8)\cup(8;+\infty)$	$(-\infty;9)\cup(9;+\infty)$	$(-\infty;9)\cup(9;+\infty)$	$(-\infty;9)\cup(9;+\infty)$
3	Указать область определения функции y=$\sqrt[6]{-\log_{5\vert 3}(3-4x)}-1$	$\left(-\infty;\frac{3}{4}\right)$	$[\frac{3}{5};\frac{3}{4}]$	$[\frac{3}{5};+\infty)$	$[\frac{3}{5};\frac{3}{4})$

5. Найдите значение логарифмической функции y=log$_2$x в указанных точках:

а) $x_1=4$, $x_2=8$, $x_3=16$; в) $x_1=32$, $x_2=128$, $x_3=2$;

б) $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{1}{4}$, $x_3=\frac{1}{16}$; г) $x_1=\frac{1}{8}$, $x_2=\frac{1}{32}$, $x_3=\frac{1}{128}$

6. В одной системе координат изобразите графики функций:

а) $y=\log_2 x$; $y=\log_9 x$;

б) $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ **;** $y=\log_{\frac{1}{5}} x$ **;**

7. Построить графики функций с помощью геометрических преобразований.

1. y= 2cos2 *x*

2. y=1⁄2sin3 *x*
3. y= 0,5tg *x*
4. y= 0,5ctg *x*
8. Подготовка доклада на тему «Сложение гармонических колебаний»

Форма контроля: выполнение самостоятельной и практической работы; заслушивание доклада; проверка наличия домашнего задания; выполнение контрольной работы.

Контрольные вопросы:

1. Функция, ООФ, способы задания, основные свойства функций.
2. Преобразование графиков функций.
3. Обратная функция, правило нахождения обратной функции.
4. Показательная функция при a>1, свойства, график.
5. Показательная функция при 0<a<1, свойства, график.
6. Логарифмическая функция при a>1, свойства, график.
7. Логарифмическая функция при 0<a<1 , свойства, график.
8. Тригонометрические функции, свойства, графики.

Тема: Начала математического анализа.

Самостоятельная работа № 4.
Решение прикладных задач

Цель: *Уметь применять определение производной и ее механический смысл к решению прикладных задач*.

Методические рекомендации

Физический смысл первой производной.

Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения $\vartheta(t)$ в момент времени *t* есть производная пути по времени, т.е.

$$\vartheta(t)=\frac{dS(t)}{dt}=S'(t)$$

Физический смысл второй производной.

Ускорение прямолинейного движения в данный момент времени есть первая производная скорости по времени или вторая производная пути по времени.

$$a(t)=\vartheta'(t)=S''(t)$$

<u>Пример.</u>

1. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением

$$S = t^3 - 6t^2 - 12t + 3.$$

В какой момент времени ускорение движения точки будет равно 24 м/с^2?

Решение.

а) Найдем скорость движения точки по формуле: $\vartheta(t) = S'(t)$

$\vartheta(t) = \left(t^3 - 6t^2 - 12t + 3\right)' = 3t^2 - 12t - 12$

б) Найти ускорение движения точки по формуле: $a(t) = \vartheta'(t)$

$a(t) = \left(3t^2 - 12t - 12\right)' = 6t - 12$

в) Из условия $a = 24$ м/с^2, найти момент времени:

$6t - 12 = 24$

$6t = 36$

$t = 6\,\text{с}$

Ответ: 6 с.

❖ *Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.*

Правила.

1. $C' = 0$
2. $x' = 0$
3. $(U \pm \vartheta)' = U' \pm \vartheta'$
4. $(U \cdot \vartheta)' = U' \cdot \vartheta + U \cdot \vartheta'$
5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$
6. $\left(\dfrac{U}{\vartheta}\right)' = \dfrac{U' \cdot \vartheta - U \cdot \vartheta'}{\vartheta^2}$

Производные основных элементарных функций.

1. $\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1}, \ n \neq 0$
2. $\left(e^x\right)' = e^x$
3. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
4. $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$
5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \cdot \ln a}$
6. $(\sin x)' = \cos x$
7. $(\cos x)' = -\sin x$
8. $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
9. $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
10. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
11. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$
12. $(arctgx)' = \dfrac{1}{1 + x^2}$
13. $(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1 + x^2}$

Используя методические рекомендации, выполните задания:

1 вариант

1. Тело движется вверх по закону

2 вариант

1. Тело движется вверх по закону

$S(t)=\upsilon_0 t-\dfrac{gt^2}{2}$ с начальной скоростью $\upsilon_0=30 м/с$, $g=9{,}8 м/с^2$. Через сколько секунд скорость станет равной $10 м/с$?

2. Найдите силу, действующую на тело массой $5 кг$, движущееся по закону $S(t)=\dfrac{1}{3}t^3-2t+1$ в момент времени $t=3с$.

3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m=2кг$, движущейся по закону $S(t)=3t^2+4$ в момент времени $t=2с$.

4.Точка движется по прямой по закону $S(t)=2t^2-3t-1$. Найти ускорение точки в момент времени $t=2с$.

$S(t)=\upsilon_0 t-\dfrac{gt^2}{2}$ с начальной скоростью $\upsilon_0=50 м/с$, $g=9{,}8 м/с^2$. Через сколько секунд скорость станет равной $20 м/с$.

2. Тело массой $3кг$ движется по прямой согласно уравнению $S(t)=2t^3-2t+3$. Найдите действующую на него силу в момент времени $t=5с$.

3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m=3кг$, движущейся по закону $S(t)=5t^2+2$ в момент времени $t=3с$.

4. Точка движется по прямой по закону $S(t)=3t^2+4t-2$. Найти ускорение точки в момент времени $t=1с$.

Задания:

1. Заучивание и воспроизведение формул производных.
2. Создание презентации на тему «Понятие дифференциала и его приложения»

Самостоятельная работа № 5.

Исследование функции с помощью производных»

Цель: Знать условия возрастания, убывания функции, точек максимума и минимума функции. Знать схему исследования функции и применять её при построении графика.

Признак возрастания функции: Если $f'(x)>0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$ возрастает.

Признак убывания функции: Если $f'(x)<0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$убывает.

Признак максимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0, а $f'(x)>0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)<0$ на интервале $(x_0;a)$, то x_0 является точкой максимума.

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Признак минимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0, а $f'(x)<0$ на интервале $(a;x_0)$ и $f'(x)>0$ на интервале $(x_0;a)$, то x_0 является точкой минимума

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка максимума.

Схема исследования функции.

- Находим область определения;
- Вычисляем производную;
- Находим стационарные точки
- Определяем промежутки возрастания и убывания;
- Находим точки максимума и минимума;
- Вычисляем экстремум функции;
- Данные заносят в таблицу.
- На основании такого исследования строится график функции.

ЗАДАНИЕ

Вариант 1

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1. $f(x) = 2x^2 - 1$
2. $f(x) = -x^2 + 2x$
3. $f(x) = x^3 + 2x^2$
4. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

II. Найти экстремум функции

1. $f(x) = 3x^2 - 2x$
2. $f(x) = cos2x$

III. Исследовать функцию и построить график

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Вариант 2

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1. $f(x) = -x^2 + 1$
2. $f(x) = x^2 - 4x$
3. $f(x) = x^3 + 3x^2$
4. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

II. Найти экстремум функции

1. $f(x) = 3x - 5x^2$
2. $f(x) = sin3x$

III. Исследовать функцию и построить график

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$

Вариант 3

I. Найти стационарные точки и промежутки возрастания и убывания

1. $f(x) = -2x^2 + 32$
2. $f(x) = x^2 - 4x$
3. $f(x) = -x^3 + 6x^2$
4. $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 4$

II. Найти экстремум функции

1. $f(x) = 6x - x^3$

2. $f(x) = x^2 \cdot e^x$

III. Исследовать функцию и построить график
$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$

Форма контроля: защита презентаций; проверка знаний формул производных; устный и письменный опрос; индивидуальная работа по карточкам; выполнение практических работ.

Контрольные вопросы:

1.Производная, геометрический и механический смысл, уравнение касательной.

2.Формулы и правила дифференцирования элементарных функций.

3.Исследование и построение графиков функций с помощью производной.

Тема: Интеграл и его применение

Самостоятельная работа № 6.

Цель: закрепить знания, умения и навыки интегрирования функций

Теоретический материал:

Определение: **Неопределенным интегралом** функции f(x) называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:

F(x) + C. Записывают: $\int f(x)dx = F(x) + C$, где $F(x)$- есть некоторая первообразная функции $f(x)$ на этом промежутке, C – const. При этом знак $\int$ называется знаком интеграла, $f(x)$ - подынтегральной функцией, $f(x)dx$ - подынтегральным выражением, x - переменная интегрирования, C- постоянная интегрирования.

Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

Таблица неопределенных интегралов

$\int dx = x + C$	$\int sinx dx = -cosx + C$	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int cosx dx = sinx + C$	$\int tgx dx = -ln\|cosx\| + C$
$\int \frac{dx}{x} = ln\|x\| + C$	$\int \frac{dx}{sin^2 x} = -ctgx + C$	$\int ctgx dx = ln\|x\| + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{lna} + C$	$\int \frac{dx}{cos^2 x} = tgx + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} ln \left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$

Свойства неопределенного интеграла:

$\int dF(x) = F(x) + C$;

$\int kf(x)dx = k\int f(x)dx;$
$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$
$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C;$

Пример 1

Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 2x^2dx$

Решение:

$$\int_1^2 2x^2dx \overset{(1)}{=} 2\int_1^2 x^2dx \overset{(2)}{=} \frac{2}{3}(x^3)\Big|_1^2 \overset{(3)}{=} \frac{2}{3}(2^3-1^3) = \frac{2}{3}(8-1) = \frac{2}{3}\cdot 7 = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

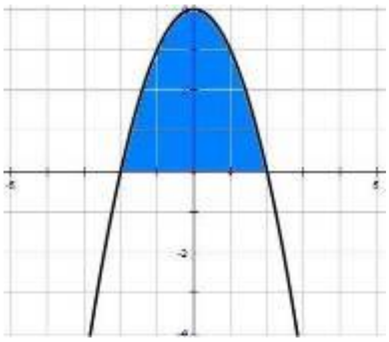
Уровень	1 - Вариант	2 - Вариант
1 - 2	1. Что такое интеграл ? 2. Верно ли, что $\int_1^6 dx = 5$	1. Напишите формулу Ньютона – Лейбница. 2. Верно ли, что $\int_1^4 dx = 3$
3 - 6	Вычислите интегралы $\int_{-1}^2 xdx, \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2xdx, \int_1^2 x^{-4}dx, \int_{\pi}^{2\pi} \cos\frac{x}{3}dx$	Вычислите интегралы $\int_{\pi}^{2\pi} \cos\frac{x}{6}dx, \int_1^4 5dx, \int_1^2 x^{-3}dx, \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^2 x}$
7 - 10	Вычислите интегралы $\int_0^1 (3-4x)^4 dx$ $\int_1^4 (x^2-6x+9)dx,$ $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (\cos^2(x+\frac{\pi}{3}) - \sin^2(x+\frac{\pi}{3}))dx$	Вычислите интегралы $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 xdx$ $\int_{-5}^1 (x^2+8x+16)dx$ $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} 12\sin(\frac{\pi}{8}-x)\cos(\frac{\pi}{8}-x)dx$

Вычисление площадей плоских фигур

Цель: закрепить знания, умения и навыки нахождения площади криволинейной трапеции с помощью интеграла.

Теоретический материал

Определение: Фигура, ограниченная снизу отрезком [a, b] оси Ox ,сверху графиком непрерывной функции y= f(x), принимающей положительные значения , а с боков отрезками прямых x = a, x =b называется криволинейной трапецией.



$$S = \int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a).$$

Образец решения:

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

$y = 4 - x^2$ и $y=0$

Решение:

1. $y = 4 - x^2$- квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вниз, вершина (0;4)
$y = 0$ - ось абсцисс.
2. Найдём точки пересечения параболы с осью X: $x^2 - 4 = 0$;
$x^2 = 4,\quad x = 2,\quad x = -2.$
3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$S = \int_{-2}^{2}(4 - x^2)dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^{2} = \left(4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3}\right) - \left(4 \cdot (-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right) =$$

$$= 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = 16 - \frac{16}{3} = 16 - 5\frac{1}{3} = 10\frac{2}{3}\,(\text{ед.}^2)$$

Вариант 1

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1 $f(x) = 16 - x^2,\quad f(x) = 0.$

1.2. $f(x) = 1 + x^2,\quad y = 2.$

1.3. $f(x) = (x - 1)^2,\quad y = 0,\quad x = 3.$

1.4. $f(x) = 5cosx,\quad f(x) = 3cosx.$

1.5. $f(x) = x^2 + 2,\quad f(x) = 3x + 2.$

Вариант 2

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1. $f(x) = 9 - x^2,\quad f(x) = 0.$

1.2. $f(x) = 3 + x^2,\quad y = 4$

1.3. $f(x) = (x - 2)^2,\quad y = 0,\quad x = 3.$

1.4. $f(x) = 5sinx,\quad f(x) = 3sinx.$

1.5. $f(x) = x^2 + 3,\quad f(x) = 2x + 3.$

Задание:

1. Заучивание и воспроизведение формул табличных интегралов.

Форма контроля: проверка знаний формул интегралов; устный и письменный опрос; индивидуальная работа по карточкам; выполнение практических работ; контрольная работа.

Контрольные вопросы:

1.Первообразная. Неопределенный интеграл

2.Таблица неопределенных интегралов

3.Способы вычисления неопределенного интегралов

4.Определенный интеграл, геометрический смысл и свойства
5.Способы вычисления определенного интеграла
6.Вычисление площади криволинейной трапеции

Тема: **Уравнения и неравенства.**
Самостоятельная работа № 7.
Иррациональные уравнения. Уравнения и неравенства с модулем

Цель: *Знать правила избавления от иррациональности, раскрытия модуля числа и уметь пользоваться ими при решении уравнений и неравенств.*

Методические рекомендации

Формулы для повторения:
$(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$;
$(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2$;
Решение квадратных уравнений:
$a\cdot x^2 + bx + c = 0$
$D = b^2 - 4ac$,
Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$
Если $D = 0$, то $x = \frac{-b}{2a}$
Если $D < 0$, то корней нет
$a^0 = 1$; $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$; $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $(\sqrt{a})^2 = a$; $(\sqrt[n]{a})^n = a$

Выполните письменно задания:

1 вариант
1. Решите уравнения:
а) $x = \sqrt{1-2x}$; б) $\sqrt{3x+1} = x-1$;
в) $\sqrt{x-2+2\sqrt{x+5}} = 1$.
2. Решите уравнения:
а) $|5x+3| = 7$; б) $|2x - x^2 - 3| = 1$.
3. Решите неравенства:
а) $|2x-3| \le 3$; б) $|3-4x| \ge -1$.

2 вариант
1. Решите уравнения:
а) $x = \sqrt{1-x}$; б) $\sqrt{2x+4} = x-2$;
в) $\sqrt{x-1+\sqrt{x+2}} = 3$.
2. Решите уравнения:
а) $|9-2x| = 5$; б) $|x^2 + 5x + 4| = 1$.
3. Решите неравенства:
а) $|\sqrt{2}x - 2| < -2$; б) $|5-2x| > 3$.

Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств

Цель: научиться решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени

Решение показательных уравнений. Метод выноса за скобки

Образцы решения.

1.Решить уравнение: $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

В левой части выносим за скобки степень с наименьшим показателем, то есть 3^{x-2}. В результате получим:

$$3^{x-2}\left(\frac{3^{x+1}}{3^{x-2}} - \frac{2 \cdot 3^{x-2}}{3^{x-2}}\right) = 25$$

$$3^{x-2}\left(3^{x+1-(x-2)} - 2\right) = 25$$

$$3^{x-2}(3^{x+1-x+2} - 2) = 25$$

$$3^{x-2}(3^3 - 2) = 25$$

$$3^{x-2} \cdot 25 = 25$$

$$3^{x-2} = 1, \qquad 3^{x-2} = 3^0, \quad \text{отсюда следует, что } x = 2.$$

Ответ: x = 2.

Уравнения, сводящиеся к квадратным (метод замены)

Образцы решения.

1.Решить уравнение: $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0.$

Решение: Заметив, что $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$, а $2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$

Перепишем заданное уравнение в виде:

$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 24 = 0$

Вводим новую переменную: $t = 2^x$, тогда уравнение примет вид:

$t^2 + 2t - 24 = 0$

Решив квадратное уравнение, получим: $t_1 = 4$, $t_2 = -6$. Но так как $t = 2^x$, то надо решить два уравнения:

$2^x = 4$ и $2^x \neq -6$

Решим первое уравнение:

$2^x = 2^2$ отсюда следует, что $x = 2$.

Рассмотрим второе уравнение.

Второе уравнение не имеет решения, так как $2^x > 0$ для любых значений x.

Ответ: 2.

Образцы решения показательных неравенств

1.Решить неравенство $2^x - 2^{x-2} \leq 3.$

Решение:

Выносим за скобки степень с наименьшим показателем, т.е. 2^{x-2}.

Получим: $2^{x-2}(2^2 - 1) \leq 3,$

$2^x \cdot 3 \leq 3,$

$2^x \leq 1,$ так как $2^0 = 1$ то

$2^x \leq 2^0$

Так как основание $2 > 1$, то неравенство равносильно неравенству того же смысла $x \leq 0.$

Ответ: $x \epsilon (-\infty; 0).$

2.Решить неравенство $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$

Решение.

Заменим : $7^x = t, t > 0;$

Получим неравенство: $t^2 - 8t + 7 > 0$. Трехчлен $t^2 - 8t + 7$ разложим на множители: $(t-7)(t-1) > 0$.

$t < 7; t > 1$.

$7^x < 7$, $a = 7 > 1$, то $x < 1$

$7^x > 1$, $7^x > 7^0$, $a = 7 > 1$, то $x > 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (0; \infty)$.

Решение квадратных уравнений:

$\boldsymbol{a \cdot x^2 + bx + c = 0}$

$\boldsymbol{D = b^2 - 4ac,}$

Если $D > 0$, **то** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

Если $D = 0$, **то** $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, **то корней нет**

Формулы сокращенного умножения:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

№п/п	**Вариант 1**	**Вариант 2**
Решить уравнения		
1	$3^{x+2} - 3^x = 72$	$2^x - 2^{x-4} = 15$
2	$2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$	$3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159$
3	$2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$	$2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$	$4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$
Решить неравенства		
1	$2^x + 2^{x+2} \leq 20$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$
2	$7^x \geq 7^{x-1} + 6$	$2^{x+2} - 2^x > 96$
3	$7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$	$9^x - 6 \cdot 3^x < 27$
4	$0{,}2^{2x} - 1{,}2 \cdot 0{,}2^x + 0{,}2 > 0$	$\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} - 8 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x + 7 < 0$

Образцы решения логарифмических уравнений

1. Решить уравнение:

$\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$

Решение: Используя формулу: $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$, заменим сумму логарифмов произведением:

$\log_3((x-2) \cdot (x+2)) = \log_3(2x-1)$

$x^2 - 4 = 2x - 1$

$x^2 - 4 - 2x + 1 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_1 = 3;$ $x_2 = -1.$

Проверка:

$x_1 = 3$

$\log_3(3-2)+\log_3(3+2)=\log_3(2\cdot 3-1)$

$\log_3 5=\log_3 5$

$x_2=-1$

$\log_3(-1-2)+\log_3(-1+2)=\log_3(2\cdot(-1)-1)$ - не существует.

Ответ: x= 3

2. Решить уравнение:

$\log_4^2 x+\log_4 x-2=0$. Используем метод замены.

$\log_4 x=t \;\Rightarrow\; t^2+t-2=0$

$t_1=1,\qquad t_2=-2$. Подставим в замену.

$\log_4 x=1\Rightarrow x=\;4^1=4,\quad \log_4 x=-2\Rightarrow x=\;4^{-2}=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$.

Ответ: $x=4;\quad x=\frac{1}{16}$.

Неравенства вида $\log_a x>c$, $\log_a x<c$, где $a>0$ и $a\neq 1$, называются *простейшими логарифмическими неравенствами.*

Имеют место следующие равносильные преобразования:

$$\log_a x>c\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>1,\\x>a^c\end{cases}\\\begin{cases}0<a<1,\\0<x<a^c;\end{cases}\end{array}\right.\tag{4.13}$$

$$\log_a x<c\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>1,\\0<x<a^c\end{cases}\\\begin{cases}0<a<1,\\x>a^c;\end{cases}\end{array}\right.\tag{4.14}$$

$$\log_{f(x)}\varphi_1(x)>\log_{f(x)}\varphi_2(x)\Leftrightarrow\begin{cases}\varphi_1(x)>0,\\\varphi_2(x)>0,\\\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)>1,\\\varphi_1(x)>\varphi_2(x)\end{cases}\\\begin{cases}0<f(x)<1,\\\varphi_1(x)<\varphi_2(x).\end{cases}\end{array}\right.\end{cases}$$

48. Решить неравенства:
1) $\log^2_{1/2} x > 36$; 2) $2+\log_2(x+1) > 1-\log_{1/2}(4-x^2)$.

○ 1) Очевидно, что

$$(\log^2_{1/2} x > 36) \Leftrightarrow (|\log_{1/2} x| > 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_{1/2} x > 6,\\ \log_{1/2} x < -6.\end{array}\right.$$

Используя равносильные преобразования (4.13) и (4.14), получим

$$\left[\begin{array}{l}\log_{1/2} x > 6,\\ \log_{1/2} x < -6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0 < x < (1/2)^6,\\ x > (1/2)^{-6}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0 < x < 1/64,\\ x > 64.\end{array}\right.$$

Ответ: $0 < x < 1/64$ или $64 < x < \infty$.

2) Имеем

$$(2+\log_2(x+1) > 1-\log_{1/2}(4-x^2)) \Leftrightarrow (1+\log_2(x+1) > \log_2(4-x^2)) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (\log_2 2+\log_2(x+1) > \log_2(4-x^2)) \Leftrightarrow (\log_2 2(x+1) > \log_2(4-x^2)).$$

Используя далее равносильные преобразования (4.15), получим

$$\log_2 2(x+1) > \log_2(4-x^2) \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x+1>0,\\ 4-x^2>0,\\ 2(x+1)>4-x^2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x>-1,\\ x^2-4<0,\\ x^2+2x-2>0\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x>-1,\\ -2<x<2,\\ \left[\begin{array}{l}x<-\sqrt{3}-1,\\ x>\sqrt{3}-1\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}-1<x<2,\\ \left[\begin{array}{l}x<-\sqrt{3}-1,\\ x>\sqrt{3}-1\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-1<x<2,\\ x<-\sqrt{3}-1\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}-1<x<2,\\ x>\sqrt{3}-1\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{нет решения},\\ \sqrt{3}-1<x<2\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow (\sqrt{3}-1<x<2)$. *Ответ*: $\sqrt{3}-1<x<2$. ●

Решить уравнения:

1) $\lg(x+4)-\lg(x-3)=\lg 8$;
2) $\lg(x+2)-\lg 5=\lg(x-6)$;
3) $\lg(x-2)+\lg x=\lg 8$;
4) $\lg\sqrt{x-7}+\lg\sqrt{3x-8}=1$;
5) $\log_5(x+10)=2$;
6) $\log_x 2+\log_x 3=\frac{1}{3}$.

Решить неравенства:

1) $\log_3(x+2)<3$; 2) $\log_8(4-2x)\geqslant 2$;
3) $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\geqslant -2$; 4) $\log_{\frac{2}{3}}(2-5x)<-2$.

1) $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5)>\log_{\frac{1}{5}}(x+1)$;
2) $\log_{x-3}(x^2+4x-5)>\log_{x-3}(x-1)$;
3) $\log^2_2(x-1)-\log_{\frac{1}{2}}(x-1)>2$;
4) $\log_{\frac{1}{4}}(x+1)\geqslant -2\log_{\frac{1}{16}}2+\log_{\frac{1}{4}}(x^2+3x+8)$;
5) $\frac{1}{1-\log_{\frac{1}{2}}x}+\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}x}>1$.

Задания:

1. Подготовка рефератов на тему «Графическое решение уравнений и неравенств», «Исследование уравнений и неравенств с параметром»

2. Изучение учебной и специальной литературы.

Формы контроля: защита рефератов; проверка индивидуальной работы по карточкам; устные ответы на вопросы; проверка наличия домашнего задания; выполнение практической и контрольной работы

Контрольные вопросы:

1. Решение и неравенств I и II степени
2. Способы решения систем уравнений и неравенств
3. Графическое решение уравнений и неравенств
4. Решение иррациональных уравнений
5. Решение показательных уравнений и неравенств
6. Решение логарифмических уравнений и неравенств

Тема: Комбинаторика, статистика и теория вероятностей

Самостоятельная работа № 9.
Жизнь и научная деятельность И. Ньютона и Я. Бернулли

Цель: *Развитие интереса к предмету.*

Задание:

1 Подготовить реферат по темам: «Жизнь и научная деятельность И. Ньютона», «Жизнь и научная деятельность Я. Бернулли».

2. Подготовить доклады на темы: «Средние значения и их применение в статистике», «Схемы повторных испытаний Бернулли»

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методическим рекомендациям по написанию реферата.

Решение комбинаторных задач

Цель работы: научиться решать комбинаторные задачи.

Комбинаторика - наука о комбинациях, состоящих из объектов одной и той же природы, различающихся способами (перестановки, сочетания, размещения).

1. Число перестановок.

Рассмотрим следующую задачу: имеется n последовательно расположенных неодинаковых элементов. Требуется найти количество способов, которыми их можно переставить (восклицательным знаком обозначается факториал).

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$$

Пример 1.1

Сколькими способами можно переставить 5 различных книг на книжной полке?

$5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120$

Пример 1.2

Сколько различных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, если ни одна из цифр не будет повторяться?

Решение:

Всего цифр четыре. Если бы среди заданных цифр не было нуля, задача решалась бы аналогично предыдущей: $4!=1\cdot2\cdot3\cdot4=24$ различных числа. Но на первом месте не может стоять ноль. Таких вариантов $3! = 6$ (0123, 0132, 0213, 0231, 0312, 0321). Поэтому количество чисел: $4!-3! = 24-6 = 182$.

2. Число сочетаний

Имеется n различных (неодинаковых, неповторяющихся) элементов. Требуется выбрать из них m элементов, безразлично, в каком порядке.

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Пример 2.1

В лотерее нужно зачеркнуть любые 8 чисел из 40. Сколькими способами это можно сделать?

Решение:

Элементы не повторяются, порядок расположения элементов не важен. $40!/[8!32!] = (1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot40)/(8!\cdot1\cdot2\cdot3\cdot...\cdot32) = (33\cdot34\cdot...\cdot40)/8! = 3100796899200/40320 = 76904685$

Число сочетаний используется в формуле бинома Ньютона для определения биномиальных коэффициентов. В школе каждый заучивал формулы квадрата и куба суммы двух чисел: (a+b)2=a2+2ab+b2

(a+b)3=a3+2a2b+2ab2+b3

Для произвольной степени формула выглядит так:

$$(a+b)^n = C_n^n a^n + C_n^{n-1} a^{n-1} b + C_n^{n-2} a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^2 a^2 b^{n-2} + C_n^1 a b^{n-1} + C_n^0 b^n$$

Как мы видим, коэффициенты относительно краев выражения симметричны:

Cnn=Cn0=1, Cn-1n=C1n=n, Cnn-2=Cn2=n(n-1)/2!, Cnn-3=Cn3=n(n-1)(n-2)/3!, и т.д.

3. Число размещений

Так же, как и в предыдущем примере, имеется n различных элементов. Нужно выбрать из них m элементов, причем порядок расположения элементов важен!

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример 3.1

Человек забыл две последние цифры в шестизначном телефонном номере, помнит только, что они были неодинаковые и нечетные. Сколько таких телефонных номеров может быть?

Решение:

Нечетных цифр всего пять: 1, 3, 5, 7, 9. Цифры по условию задачи не повторяются. Порядок расположения элементов важен. $5!/3! = 120/6 = 20$

Выполнить тест

Вариант 1.

1. Сколькими способами можно расставить четыре различных книги на книжной полке?

А. 24. **Б**. 4. **В**. 16. **Г**. 20.

2. Сколько диагоналей имеет выпуклый семиугольник?

А. 30. **Б**. 21. **В**. 14. **Г**. 7.

3. В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

А. 22. **Б**. 11. **В**. 150. **Г**. 110.

4. Какова вероятность, что при одном броске игрального кубика выпадет чётное число очков?

А. 1/6. **Б.** 0,5. **В.** 1/3 . **Г**. 0,25

5. Вычислите: 6! - 5!

А. 1. **Б**. 300. **В**. 600. **Г**. 1000.

6. Катя и Аня пишут диктант. Вероятность того,что Катя допустит ошибку составляет 50 %, а вероятность ошибки у Ани составляет 40 %. Найдите обе девочки напишут диктант без ошибки.

А. 0,1. **Б**. 0,2. **В**. 0,3. **Г.** 0,9.

7. 15 % продукции завода -высшего сорта, 25 % - первого сорта, 40 % - второго сорта, а всё остальное - брак. Найдите вероятность, того, что выбранное изделие не будет бракованным.

А. 0,8. **Б.** 0,1. **В.** 0,015 **Г.** 0,35.

Вариант 2.

1. Сколькими различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4,5?

А. 100. **Б**. 30. **В**. 5. **Г**. 120.

2. Имеются помидоры, огурцы и лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить два различных вида овощей?

А. 3. **Б.** 6. **В**. 2. **Г.** 1.

3. Сколькими способами из 8 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из четырёх различных уроков

А. 24. **Б**. 1680. **В**. 20170. **Г**. 40340.

4. Вычислите: 8! / 6!

А. 2. **Б**. 56. **В.** 30. **Г**. 4/3

5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта-туз?

А. 1/36. **Б.** 1/35 **В.** 1/9. **Г**. 1/32

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность ,что выпадут две чётные цифры?

А.0,25. **Б**. 2/6. **В.** 0,5. **Г.** 0,125.

7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 50% сыроежек. Какова вероятность, того, что выбранный гриб белый или сыроежка?

А. 0,6. **Б**. 0,4. **В.** 0,05. **Г**. 0,45.

7. Прежде, чем ответить - подумай.

№1.

Какое из перечисленных событий: достоверное, невозможное, случайное ?

А. Ель - вечнозелёное дерево.

Б. Завтра я встану космонавтом.

В. Сборная России выиграет у сборной Англии.

Г. Мой день рождения - число меньшее 32.

Д.Сегодня будний день.

Е. Попугай научится говорить.

З. День рождения моего друга 30 февраля.

№2.

О каком событии идёт речь?

А. Из 20 учащихся класса двое справляют день рождения 31 апреля.

Б. Ученику восьмого класса 14 месяцев.

В. Бросили два игральных кубика: сумма выпавших на них очков равна 8.

Г. Слово начинается на букву Ъ.

Д. Наступило лето, на небе ни облачко.

Решение задач по теории вероятности

Цель работы: научиться решать задачи по теории вероятности

Основные понятия из теории вероятности.

К основным понятиям теории вероятности относятся: *испытание, событие, вероятность.* **Испытание** – реализация комплекса условий, в результате которого непременно произойдет какое-либо событие. Например, бросание монеты – испытание; появление герба или цифры – события.

Случайным событием называется событие, которое при осуществлении испытания может произойти, а может и не произойти. Например, выстрел по цели — это опыт, случайные события в этом опыте – попадание в цель или промах.

Событие называется **достоверным**, если в результате опыта оно непременно должно произойти, и **невозможным**, если оно заведомо не произойдет. События называются **несовместными**, если ни какие два из них не могут появиться вместе. Например, попадание и промах при одном выстреле – это несовместные события.

Несколько событий образуют **полную систему событий**, если в результате опыта непременно должно произойти хотя бы одно из них. Например, при бросании игральной кости события, состоящие в выпадении одного, двух, трех, четырех, пяти и шести очков, образуют полную систему событий.

События называются **равновозможными**, если ни одно из них не является более возможным, чем другие. Например, при бросании монеты выпадение герба или числа - события равновозможные.

Каждое событие обладает какой-то степенью возможности. Числовая мера степени объективной возможности события - это **вероятность события**. Вероятность события А обозначается Р(А).

Пусть из системы *n* несовместных равновозможных исходов испытания *m* исходов благоприятствуют событию А. Тогда **вероятностью** события А называют отношение *m* числа исходов, благоприятствующих событию А, к числу *n* всех исходов данного испытания: Р(А)=m/n.

Если В – достоверное событие, то Р(В)=1; если С – невозможное событие, то Р(С)=0, если А – случайное событие, то 0<Р(А)<1.

Задача. Игральную кость подбрасывают один раз. Найти вероятность появления четного числа очков.

Решение. Опыт имеет шесть равновозможных независимых исходов (появление одного, двух, трех, четырех, пяти и шести очков), образующих полную систему. Событию благоприятствуют три исхода (появление двух, четырех и шести очков), поэтому Р(А)=3/6=1/2

При вычислении вероятности часто приходится использовать формулы комбинаторики.

ЗАДАНИЕ

1. Среди 12 пассажиров маршрутного такси 4 девушки. На остановке выходят 4 пассажира. Найти вероятность того, что среди из них есть хотя бы одна девушка.
2. В первой урне 2 белых и 4 красных, во второй - 4 белых и 2 синих шара. Из каждой урны выбирают наудачу по два шара. Найти вероятность того, что в выборке будет 3 белых шара.
3. Два охотника одновременно выстрелили по волку, который был убит одной пулей. Найти вероятность того, что попал первый охотник, если вероятность попадания первого охотника равна 0.7, а для второго 0.8...

Форма контроля: индивидуальная работа по карточкам; проверка наличия домашней работы; устный опрос, выполнение практической и контрольной работы.

Время выполнения: 16 часов.

Контрольные вопросы:

1. Что изучает комбинаторика? Основные понятия.
2. Что изучает предмет теории вероятностей? Основные понятия ТВ.
3. Какие события называются достоверными?
4. Какие события называются невозможными? Приведите примеры.
5. Что называется вероятностью событий?
6. Что называется относительной частотой событий?
7. Какие события называются несовместными и совместными? Приведите примеры.

8.	Как формулируется теорема сложения вероятностей?
9.	Как формулируется теорема умножения вероятностей?
10.	Запишите формулу полной вероятности, объясните ее.
11.	Запишите формулу Бернулли. Какие элементарные события повторяются в этих опытах?

Тема: Прямые и плоскости в пространстве. Многогранники и тела вращения

Самостоятельная работа № 10.

Параллельное проектирование

Цель: Развитие интереса к предмету. Научиться выполнять параллельное проектировании и вычислять площадь проекции фигуры.

Подготовить презентацию на тему «Параллельное проектирование»

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

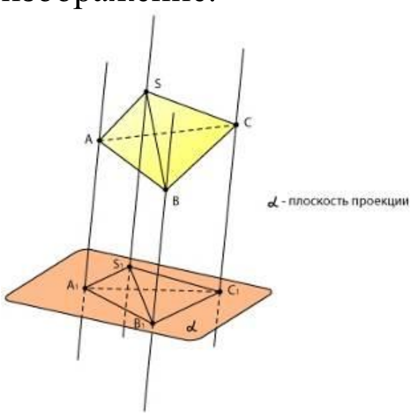
Теоретический материал.

Параллельное проецирование. Площадь проекции фигуры

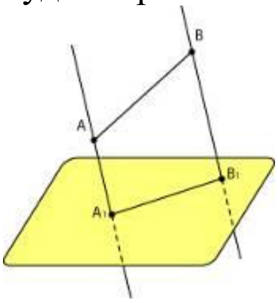
В задачах по геометрии успех зависит не только от знания теории, но от качественного чертежа. С плоскими чертежами все более-менее понятно. А в стереометрии дело обстоит сложнее. Ведь изобразить надо **трехмерное** тело на **плоском** чертеже, причем так, чтобы и вы сами, и тот, кто смотрит на ваш чертеж, увидели бы то же самое объемное тело.

Как это сделать? Конечно, любое изображение объемного тела на плоскости будет условным. Однако существует определенный набор правил. Существует общепринятый способ построения чертежей — **параллельное проецирование**.

Возьмем объемное тело. Выберем **плоскость проекции**. Через каждую точку объемного тела проведем прямые, параллельные друг другу и пересекающие плоскость проекции под каким-либо углом. Каждая из этих прямых пересекает плоскость проекции в какой-либо точке. А все вместе эти точки образуют **проекцию** объемного тела на плоскость, то есть его плоское изображение.

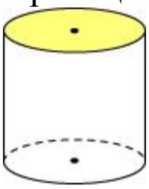


Как строить проекции объемных тел? Представьте, что у вас есть каркас объемного тела — призмы, пирамиды или цилиндра. Освещая его параллельным пучком света, получаем изображение — тень на стене или на экране. Заметим, что в разных ракурсах получаются разные изображения, но некоторые закономерности все же присутствуют: Проекцией отрезка будет отрезок.

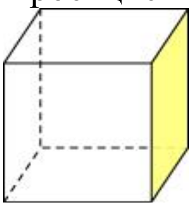


Конечно, если отрезок перпендикулярен плоскости проекции — он отобразится в одну точку.

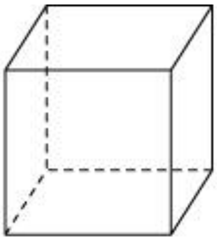
Проекцией круга в общем случае окажется эллипс.



Проекцией прямоугольника — параллелограмм.

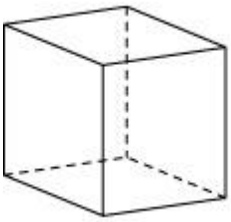


Вот как выглядит проекция куба на плоскость:



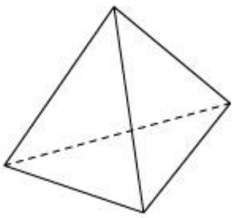
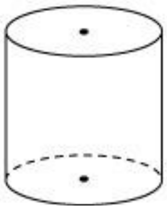
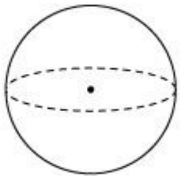
Здесь передняя и задняя грани параллельны плоскости проекции

Можно сделать по-другому:

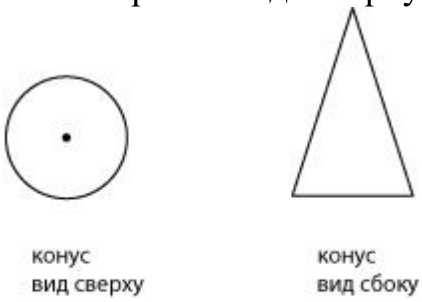


Какой бы ракурс мы ни выбрали, **проекциями параллельных отрезков на чертеже тоже будут параллельные отрезки**. Это один из принципов параллельного проецирования.

Рисуем проекции пирамиды,

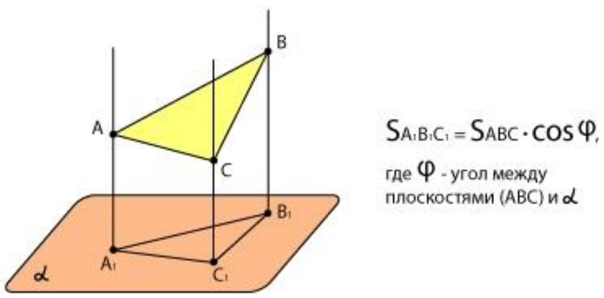

цилиндра:

и шара:


Еще раз повторим основной принцип параллельного проецирования. Выбираем плоскость проекции и через каждую точку объемного тела проводим параллельные друг другу прямые. Эти прямые пересекают плоскость проекции под каким-либо углом. Если этот угол равен 90° — речь идет о **прямоугольном проецировании**. С помощью прямоугольного проецирования строятся чертежи объемных деталей в технике. В этом случае мы говорим о виде сверху, виде спереди и виде сбоку.



Иногда в задачах требуется найти **площадь прямоугольной проекции** фигуры.

Пусть S — площадь фигуры. Тогда площадь ее прямоугольной проекции равна S cosφ, где φ — угол между плоскостью фигуры и плоскостью проекции.



Модели многогранников

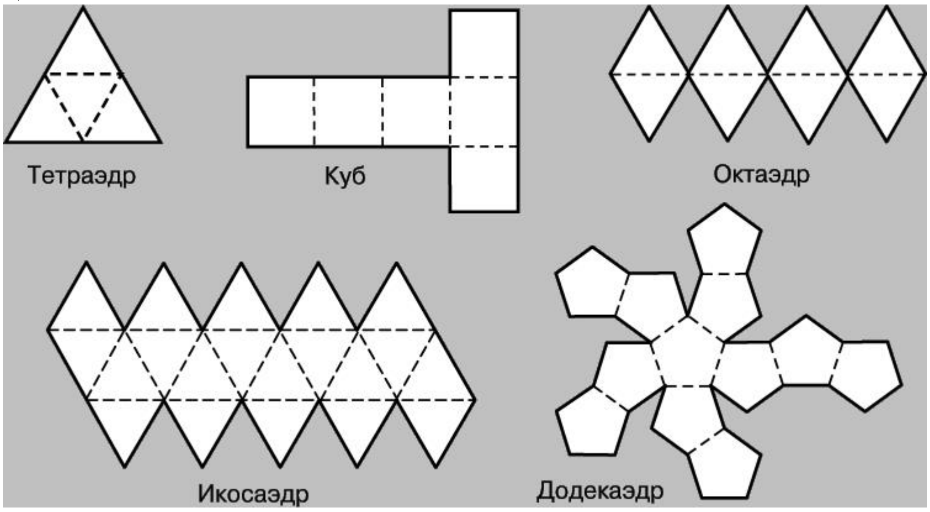
Цель: *Развитие интереса к предмету. Закрепить понятие многогранника при изготовлении моделей, используя развертки.*

Задание:
1. Изучение учебной и специальной литературы по теме.
2. Изготовить модели многогранников.
3. Подготовить презентации на тему «Правильные и полуправильные многогранники».

Методические рекомендации

Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



Используя методические рекомендации, изготовьте модели изученных вами многогранников.

Формы контроля: защита рефератов, презентаций; практическая работа; проверка домашнего задания.

Время выполнения: 8 часов.

Контрольные вопросы:

1.Многогранники: призма, пирамида, параллелепипед

2.Правильные многогранники

3.Построение сечений многогранников

4.Решение задач на нахождение элементов многогранников, углов, площадей сечений.

Модели тел вращения

Цель*: Закрепить понятие тел вращения при изготовлении моделей, используя развертки.*

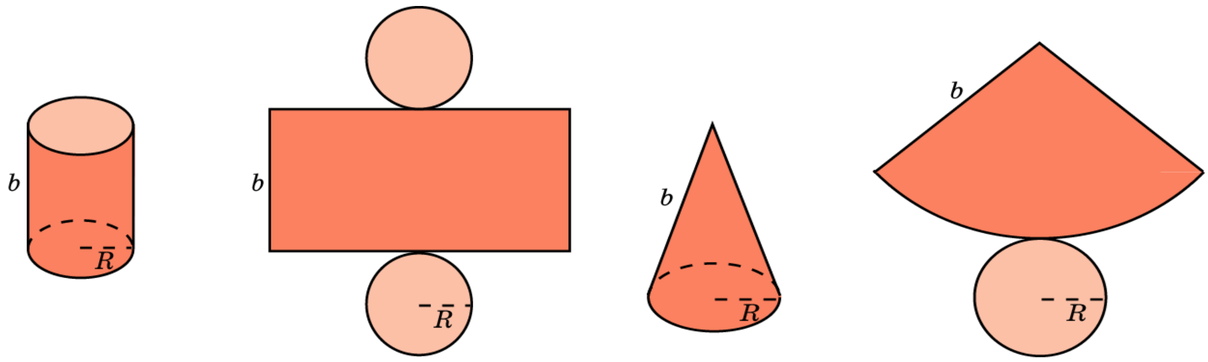
Задание:

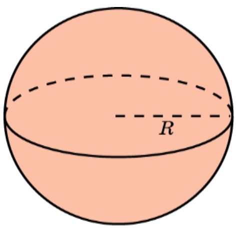
1. Подготовка доклада на тему «Конические сечения и их применение в технике».
2. Изготовление моделей тел вращения.

Методические рекомендации

Одним из способов изготовления тел вращения является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности тела вращения изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по образующей, отделить основание и развернуть так, чтобы она превратится в модель некоторого многоугольника плюс круг. Эту фигуру называют развёрткой поверхности тела вращения. Для получения модели тела вращения удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели тел вращения можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все элементы.





Используя развертки тел вращения, изготовьте их модели.

Форма контроля: индивидуальная работа по карточкам; выступления на уроках; проверка домашнего задания.

Контрольные вопросы:

1.Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера

2. Решение задач на нахождение элементов, углов, площадей сечений

3.Формулы площадей и объемов многогранников

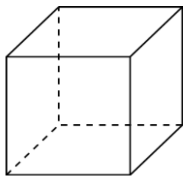
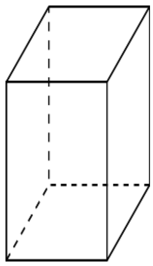
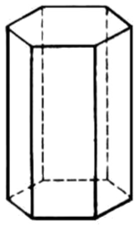
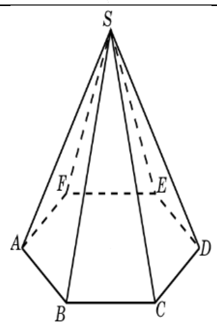
4. Формулы площадей и объемов тел вращения

Решение задач по теме: «Объемы тел»

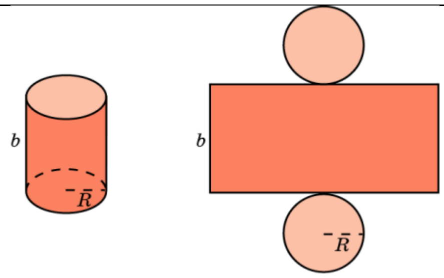
Цель: *Знать формулы для нахождения объемов многогранников и тел вращения.*

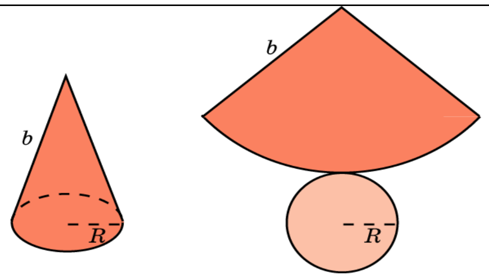
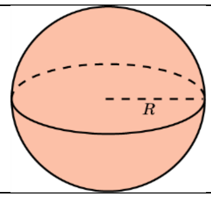
Методические рекомендации

Основные формулы

№ п/п	Наименование многогранника	Изображение	Площадь боковой и полной поверхности
1	Куб		$S_{п} = 6a^2$ $V=a^3$
2	Прямоугольный параллелепипед		$S_{п} = 2ab + 2ac + 2ac$ V=a*b*c $V=S_{осн}*h$
3	Призма		$S_{б} = p \cdot H$ $S_{п} = S_{б} + 2S_{о}$ $V=S_{осн}*h$
4	Пирамида		$S_{б} = \frac{1}{2}p \cdot h$ $S_{п} = S_{б} + S_{о}$ $V=(1/3)*S_{осн}*h$

Теоретический материал

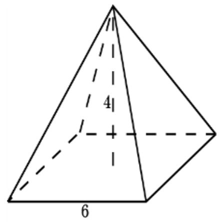
№ п/п	Наименование фигуры	Изображение	Формула площадей полной и боковой поверхности
1	Цилиндр		$S_{б} = 2\pi RH$ $S_{п} = 2\pi RH + 2\pi R^2$ $S_{о} = \pi R^2$ $V = \pi R^2 \cdot H$

2	**Конус**		$S_б = \pi R l$ $S_п = \pi R l + \pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H$
3	**Сфера, шар**		$S_п = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

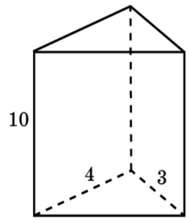
Используя методические рекомендации, решите задачи:

1 вариант

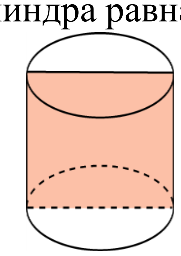
1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



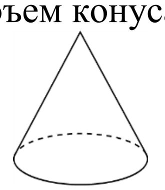
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите объем данной призмы.



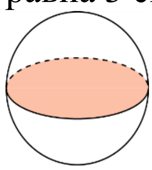
3. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4 м^2. Найдите объем цилиндра.



4. Высота конуса равна $3 см$. образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в 30°. Найти объем конуса.

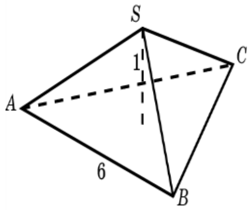


5. Площадь большого круга шара равна 3 см^2. Найдите объем шара.

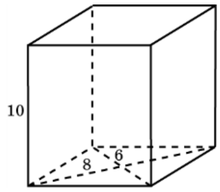


2 вариант

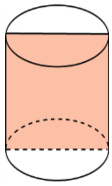
1. Найдите объём правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см.



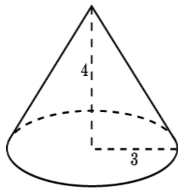
2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.



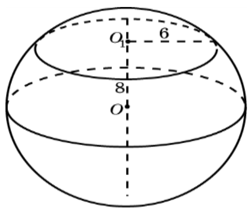
3. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите объем цилиндра.



4. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь объем конуса.



5. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите объем шара.



Форма контроля: отчет по решению задач, проверка домашнего задания; контрольная работа.

Контрольные вопросы:

1.Формулы площадей и объемов многогранников

2. Формулы площадей и объемов тел вращения

Самостоятельная работа № 11.

Тема: **Векторы и координаты.**

Цель: *Знать правила действия над векторами и уметь применять их при вычислениях.*

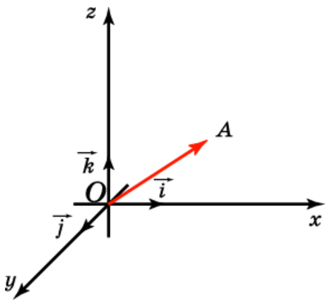
Задания:

1. Изучение учебной и специальной литературы.
2. Подготовка доклада на тему «Векторное задание прямых и плоскостей в пространстве»
3. Решение простейших задач, в координатной форме.

Методические рекомендации

Теоретический материал

Отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются координатами вектора. Обозначим $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ векторы с координатами (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат. Будем изображать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их координатными векторами.



Теорема. Вектор $\vec{a}$ имеет координаты (x, y, z) тогда и только тогда, когда он представим в виде $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Вариант 1

№ п/п	Название операции	Формулы
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{1;-2;3\}$, $\vec{b}\{4;0;-1\}$ $\vec{a}+\vec{b}\{x_1+x_2\ ;\ y_1+y_2\ ;\ z_1+z_2\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;1;-3\}$, $\vec{b}\{0;-5;2\}$ $\vec{a}-\vec{b}\{x_1-x_2\ ;\ y_1-y_2\ ;\ z_1-z_2\}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-1;3;1\}$, δ – число $\delta=-3$ $\delta\vec{a}\{\delta\cdot x;\ \delta y;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А$(1;2;-3)$. Точка В (-3;4;-1) .Точка С- середина отрезка АВ. С(**$x_c\ y_c;z_c$) $x_c=\frac{x_1+x_2}{2}$ $y_c=\frac{y_1+y_2}{2}$; $z_c=\frac{z_1+z_2}{2}$.
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А$(5;0;-3)$. Точка В (-1;4;-7) .Находим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$. Из координат конца вычислить координаты начала вектора** $\overrightarrow{AB}\ \{x_2-x_1\ ;y_2-y_1;\ z_2-z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{3,-2,0\}$ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-2;3;7\}$, $\vec{b}\{-9;0;2\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{2;0;1\}$, $\vec{b}\{-3;1;2\}$ $\cos\alpha = \frac{x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$
9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m;3;1\}$, $\vec{b}\{1;n;2\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{-4;0;1\}$, $\vec{b}\{2;7;8\}$ $x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2 = 0$ **- условие перпендикулярности векторов**

Вариант 2

№ п/п	Название операции	Формулы
1	**Найти сумму векторов**	$\vec{a}\{2;-3;4\}$, $\vec{b}\{-1;2;0\}$ $\vec{a}+\vec{b}\{x_1+x_2\,;\ y_1+y_2\,;\ z_1+z_2\}$
2	**Найти разность векторов**	$\vec{a}\{4;-5;7\}$, $\vec{b}\{3;-1;2\}$ $\vec{a}-\vec{b}\{x_1-x_2\,;\ y_1-y_2\,;\ z_1-z_2\}$
3	**Найти произведение вектора на число**	$\vec{a}\{-2;4;0\}$, δ – число $\delta = -4$ $\delta\vec{a}\{\delta\cdot x;\ \delta y;\delta z\}$
4	**Вычислить координаты середины отрезка**	**Точка А$(-3;1;2)$ Точка В (2;-3;1) Точка С-середина отрезка АВ. С(x_c, y_c, z_c)** $x_c = \frac{x_1+x_2}{2}$, $y_c = \frac{y_1+y_2}{2}$, $z_c = \frac{z_1+z_2}{2}$.
5	**Найти координаты вектора**	**Точка А$(6;-3;4)$. Точка В (1;-4;7) .** **Находим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$. Из координат конца вычислить координаты начала вектора** $\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1\,; y_2-y_1;\ z_2-z_1\}$
6	**Найти длину вектора**	$\vec{a}\{0,2,-2\}$ $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
7	**Вычислить скалярное произведение векторов**	$\vec{a}\{-3;2;9\}$, $\vec{b}\{-7;0;3\}$ $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2$
8	**Найти косинус угла между векторами**	$\vec{a}\{4;1;0\}$, $\vec{b}\{-5;3;1\}$

		$\cos\alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	**При каких значениях m и n векторы коллинеарны?**	$\vec{a}\{m; 5; 3\}$, $\vec{b}\{2; n; 4\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	**Проверьте перпендикулярность векторов**	$\vec{a}\{0; -3; 2\}$, $\vec{b}\{9; 4; 6\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ **- условие перпендикулярности векторов**

Форма контроля: индивидуальная работа по карточкам; проверка наличия домашней работы; устный опрос, выполнение практической и контрольной работы.

Контрольные вопросы:

1. Векторы на плоскости и в пространстве
2.Декартова система координат в пространстве
3.Простейшие задачи в координатной форме
4.Векторное задание прямых и плоскостей

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 -11 кл. общеобразовательных учреждений – М. Просвещение, 2014.
2. Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 10 -11 кл. общеобразовательных учреждений – М.: Просвещение, 2014.
3. Башмаков М.И. Математика. Учебник для обучающихся в учреждениях начального и среднего профессионального образования. М.: Издательский центр “Академия”, 2013.
4. Башмаков М.И. Математика. Задачник для обучающихся в учреждениях начального и среднего профессионального образования. М.: Издательский центр “Академия”, 2013.
5. Башмаков М.И. Математика. Сборник задач для обучающихся в учреждениях начального и среднего профессионального образования. М.: Издательский центр “Академия”, 2013.
6. Справочный материал и методические указания для самостоятельной работы по математике студентов - заочников. – Калининград, ГАУ СПО КСТ, 2011.
7. Активизация учебно – познавательной деятельности на уроках алгебры и начал анализа. Методические рекомендации для слушателей курсов повышения квалификации учителей математики. Самара, 2001 г.
8. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. общеобразовательных учреждений – М.: Просвещение, 2012.
9. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. Учебник и задачник для учащихся общеобразовательных учреждений. - М.: Мнемозина, 2013.

10. Погорелов А. В. Геометрия 10-11 кл. общеобразовательных учреждений - М.: Просвещение, 2010.
11. В. К. Буряк. Самостоятельная работа учащихся: Кн. Для учителя. М.:Просвещение, 2010.
12. А. С. Границкая. Научить думать и действовать. - М.: Просвещение, 2011г.
13. С. П. Есипов. Самостоятельная работа учащихся на уроках.- М: Просвещение, 2008г. Вербицкий А.А. Самостоятельная работа студентов младших курсов / А.А. Вербицкий // Высш. шк. России. – 1995. – № 3. стр. 17
14. Михалищева М. А. Организация самостоятельной работы студентов при реализации федеральных государственных образовательных стандартов профессионального образования / М. А. Михалищева // Актуальные вопросы современной педагогики (II): материалы междунар. заоч. науч. конф. (г. Уфа, июль 2012 г.). — Уфа: Лето, 2012. стр. 160-163
15. Педагогика. /Под ред. Ю.К. Бабанского. 2-е изд. М., 1988.
16. Пидкасистый, П. И. Формирование самостоятельности учащихся в процессе обучения / П.И. Пидкасистый // Педагогика: учебное пособие для студентов педагогических вузов и колледжей. – М.: Педагогическое общество России, 2002. –

Интернет – ресурсы:

1. http://www.edu.ru
2. http://www.mat.ru
3. Газета «Математика» «издательского дома» «Первое сентября»http://www.1september.ru
4. Математика в Открытом колледже http://www.mathematics.ru
5. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru http://www.mathnet.ru
6. Калашникова В.А. Методическое пособие: «Конспекты лекций по математике» [Электронный ресурс] /В.А. Калашникова. - Режим доступа:http://www.exponenta.ru/educat/systemat/kalashnikova/inde/.
7. Яковлев Г.Н. Алгебра и начала анализа (Математика для техникумов) [Электронный учебник] /Г.Н Яковлев. - Режим доступа: http://lib.mexmat.ru/books/78472.
8. Вся математика в одном месте. Форма доступа: Allmath.ru
9. Учителям информатики и математики и их любознательным ученикам. Форма доступа: comp-science.hut.ru

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РЕФЕРАТ (СООБЩЕНИЕ, ДОКЛАД и т.д.) по дисциплине: « Математика»
на тему: «Указать тему реферата»

ВЫПОЛНИЛ:
студент группы (*указать группу*)
Фамилия, имя (в Род.п.)

РУКОВОДИТЕЛЬ:
преподаватель ФИО

г. Ставрополь, 20___ г.

Приложение 2

Содержание

Приложение 3

Список используемой литературы

1. М.И. Башмаков «Математика», учебник, М.: Издательский центр «Академия», 2014.
2. Профессиональные печатные издания
3. Интернет-ресурс
4. Дополнительные источники:….