

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ставропольский государственный аграрный университет»

Кафедра «Математика»

Методические указания для организации самостоятельной работы  
студентов по дисциплине

**Б1.О.15 Высшая математика**

---

Шифр и наименование дисциплины по учебному плану

**38.03.01 Экономика**

---

Код и наименование направления подготовки/специальности

**Мировая экономика**

---

Наименование профиля подготовки/специализации/магистерской программы

**бакалавр**

---

Квалификация выпускника

Ставрополь, 2022

## **Организация самостоятельной работы студентов по дисциплине** **Высшая математика**

Самостоятельная работа студента является важной формой усвоения курса. Она должна состоять из непрерывной работы студента по выполнению текущих заданий, расчетно-графических работ. Общий объем самостоятельной работы по дисциплине «Высшая математика» установлен в объеме 108 часов.

Самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская работа студентов, выполняемая вне занятий по заданию и при управлении преподавателем, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа проводится с целью: систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся; углубления и расширения теоретических знаний; формирования умений использовать литературу; развития познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности; формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации; формирования общих и профессиональных компетенций; развитию исследовательских умений.

Самостоятельная работа по курсу используется: для проработки конспектов лекций и обязательной учебной литературы по курсу; при необходимости – для ознакомления с рекомендуемой литературой; для выполнения расчетно-графических работ; для выполнения тех заданий практикума, которые, как правило, не вызывают затруднений у студентов и потому могут быть выполнены в отсутствие преподавателя; ликвидацию задолженности отстающих студентов.

Самостоятельная работа студентов организуется следующим образом:

- на занятиях выдаются домашние задания;
- для подготовки к коллоквиуму выдаются вопросы;
- некоторые темы выносятся на самостоятельное изучение;
- для внеаудиторной работы выдаются индивидуальные задания;

Самостоятельная работа

а) Работа с учебной литературой. Студент обязан изучать литературу. Однако на основе всего изученного материала студенты должны выработать и свое собственное видение изучаемой проблемы. Общая учебная литература указана отдельным списком, дополнительная литература дается к каждому занятию, кроме того, студент может использовать любую другую доступную ему литературу.

б) Выполнение домашних индивидуальных заданий. Это письменные формы проверочных работ по некоторым пройденным темам. Оформляются и выполняются согласно требованиям.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Успешное освоение курса требует напряженной самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя чтение рекомендованной литературы, решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях, разбор проблемных ситуаций, выполнение домашних индивидуальных заданий. Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Результативность самостоятельной работы студентов обеспечивается эффективной системой контроля, включающей в себя вопросы по содержанию материалов лекций и проверку, выполнения текущих заданий, контрольных работ, тестирования, защит расчетно-графических работ, формирования рейтинговой системы оценок, зачет и экзамен.

*Оперативный контроль.* Опросы студентов по содержанию лекций и проверка выполнения текущих заданий проводится на каждом практическом занятии. Результаты проверки фиксируются и сообщаются студенту.

*Рубежный контроль.* Контроль за выполнением расчетно-графической работы проводится в два этапа:

1. предварительная проверка правильности письменного решения задания;
2. защита расчетно-графической работы.

*Итоговый контроль.* Подводится рейтинговая оценка работы каждого студента по семестрам. Курс заканчивается в первом семестре зачетом, во втором-экзаменом.

## Раздел 1. Элементы линейной алгебры

**Цель изучения темы:** формирование знаний по линейной алгебре необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности; развитие логического мышления и математической культуры; формирование необходимого уровня алгебраической подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин.

**Задачи:** изучить методы решения систем линейных алгебраических уравнений средствами матричного исчисления; сформулировать критерии совместности и определенности линейных систем (теорема Кронекера-Капелли); изучить основные понятия аналитической геометрии.

**Студент должен знать:**

1. до изучения темы:

- 1 Понятие матрицы,
- 2 Ранга матрицы.
- 3 Операции над матрицами
- 4 Способы нахождения обратной матрицы
- 5 Определители и простейшие свойства определителей.
- 6 Разложение определителя по элементам строки или столбца.
- 7 Приведение определителя к треугольному виду.
- 8 Вычисление определителей.

2. после изучения темы:

1. Понятие системы линейных уравнений.
2. Критерий совместности системы линейных уравнений.
3. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

**Студент должен уметь:** исследовать и решить произвольную систему линейных уравнений и в случае неоднородной системы найти все базисные решения, а в случае однородной – фундаментальную систему решений. Составлять уравнения и неравенства по условию задачи; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; описывать взаимное расположение прямых.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля

1. Что такое система линейных уравнений?
2. Что такое матрица системы линейных уравнений?
3. Что такое расширенная матрица системы линейных уравнений?
4. Как записать систему линейных уравнений в матричном виде?
5. Что называется, решением системы линейных уравнений?
6. Какие системы линейных уравнений называются эквивалентными?
7. Какая система линейных уравнений называется совместной?
8. Какая система линейных уравнений называется определенной?
9. Как с помощью правила Крамера найти решение системы линейных уравнений с квадратной невырожденной матрицей?
10. Что означает «*решить систему линейных уравнений*»?
11. В чем состоит метод Жордана — Гаусса?
12. Какие неизвестные системы линейных уравнений называются базисными, а какие свободными?
13. Что такое общее решение системы линейных уравнений?
14. Что такое частное решение системы линейных уравнений?
15. Что такое базисное решение системы линейных уравнений?
16. Как найти все базисные решения системы линейных уравнений?
17. Какая система линейных уравнений называется вырожденной?
18. Что такое фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений?
19. Какую размерность имеет пространство решений однородной системы линейных уравнений?
20. Как связаны между собой решения неоднородной системы линейных уравнений и соответствующей (приведенной) однородной системы?

## Упражнения

1. Решите систему тремя способами.

$$1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -9. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$$

2. Исследовать совместность данной системы и, в случае ее совместности, найти общее решение и одно частное решение.

$$1. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1, \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = -4. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7, \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

### Рекомендуемая литература:

#### основная

1. ЭБС «Znanium»: Уткин Владимир Борисович Математика и информатика : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2018. - 472 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=305683>.
2. ЭБС «Znanium»: Шипачев Виктор Семенович Высшая математика : Учебник; ВО - Бакалавриат/Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. - Москва:ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=990716>.
3. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

#### дополнительная

1. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ

2. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.
9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.

## **Раздел 2. Элементы аналитической геометрии**

**Цель изучения темы:** формирование знаний по аналитической геометрии необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности; развитие логического мышления и математической культуры; формирование необходимого уровня подготовки для понимания других математических и прикладных дисциплин.

**Задачи:** изучить основные понятия аналитической геометрии, ознакомится с понятием линии, научится находить уравнения линий.

**Студент должен знать:**

1. до изучения темы (базисные знания);
  1. Преобразование алгебраических выражений.
  2. Формулы сокращенного умножения.
  3. Логарифмирование. Потенцирование
  4. Функциональная зависимость.
  5. Область определения и область значений функции.
  6. Элементарные функции.
2. после изучения темы:
  1. Метод координат.
  2. Формула расстояния между двумя точками на прямой и на плоскости.
  3. Уравнение прямой на плоскости.
  4. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
  5. Кривые второго порядка.

**Студент должен уметь:** составлять уравнения и неравенства по условию задачи; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении; анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля

1. Что называется осью и координатной прямой?
2. Почему множество всех вещественных чисел называют числовой прямой?
3. Что такое прямоугольная система координат?
4. Что такое полярная система координат?
5. Как в прямоугольной системе координат определяется расстояние между двумя точками?
7. Как в прямоугольной системе координат определяется площадь треугольника?
8. Приведите вывод формулы деления отрезка в данном отношении.
9. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
10. Запишите общее уравнение прямой и рассмотрите его частные случаи.
11. Приведите формулу определяющей величину угла, между двумя прямыми
12. Что является условием параллельности и перпендикулярности прямых.
13. Дайте определение окружности и запишите её каноническое уравнение.
14. Запишите уравнение окружности с центром в начале координат.
15. Дайте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение.
16. Что такое эксцентриситет эллипса, и каков его геометрический смысл.
17. Дайте определение гиперболы и запишите её каноническое уравнение.
18. Что такое эксцентриситет гиперболы и каков его геометрический смысл?
19. Дайте определения директрис эллипса и гиперболы, приведите их уравнения.
20. Дайте определение параболы и запишите её каноническое уравнение.
21. В чём состоит геометрический смысл параметра в уравнении параболы.
22. Почему окружность, эллипс, гипербола и парабола называются линиями второго порядка?

3) Проверить свои знания:

1. Покажите, как с помощью прямоугольной системы координат устанавливается взаимно однозначное соответствие между множеством всех точек плоскости и множеством упорядоченных пар чисел  $(x, y)$ .
2. Преобразуйте общее уравнение прямой к виду уравнения прямой в отрезках на осях.
3. Исследуйте форму эллипса по его каноническому уравнению.
4. Исследуйте форму гиперболы по её каноническому уравнению.
5. Исследуйте форму параболы по её каноническому уравнению.
6. Как найти точку пересечения параболы с прямой, с окружностью, с эллипсом и с другой параболой?

### Упражнения

1. Найти уравнение множества точек, равноудаленных от точек  $A(5; -1)$  и  $B(1; -5)$ . Построить линию.
2. Составить уравнение геометрического места точек, разность квадратов расстояний которых до точек  $A(-4; 0)$  и  $B(4; 0)$  равна 2. Построить линию.
3. Найти уравнение множества точек, равноудаленных от точек  $A(3; 2)$  и  $B(2; 3)$ . Построить линию.
4. Найти уравнение множества точек, равноудаленных от точек  $A(5; -2)$  и  $B(-3; -2)$ . Построить линию.
5. На оси ординат найти точку, равноудаленную от точек  $A(7; 2)$  и  $B(5; -1)$ . Построить линию.
6. Составить уравнение множества точек, сумма квадратов расстояний которых от точек  $A(3; 0)$  и  $B(0; 3)$  равна квадрату расстояния между точками  $A$  и  $B$ . Построить линию.
7. Дан треугольник с вершинами  $A(-1; 2)$ ,  $B(0; 3)$ ,  $C(5; 4)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) уравнения сторон  $AB$  и  $AC$ ; в) уравнение медианы  $AE$ ; г) тангенс угла  $A$ ; д) уравнение высоты  $CD$ ; е) длину высоты  $CD$ ; ж) координаты точки пересечения медианы  $AE$  и высоты  $CD$ . Выполнить чертеж.
8. Дан треугольник с вершинами  $A(2; -1)$ ,  $B(4; 3)$ ,  $C(-2; 1)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) уравнения сторон  $AB$  и  $AC$ ; в) уравнение медианы  $AE$ ; г) тангенс угла  $A$ ; д) уравнение высоты  $CD$ ; е) длину высоты  $CD$ ; ж) координаты точки пересечения медианы  $AE$  и высоты  $CD$ . Выполнить чертеж.
9. Определить вид кривых и найти ее основные характеристики.
 

а) $y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$ ;	б) $9y^2 - 18y + 9x^2 + 36x + 20 = 0$ ;
в) $x^2 - 4x - 16y + 52 = 0$ ;	г) $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 29 = 0$ ;
д) $x^2 - 2x - 12y + 13 = 0$ ;	е) $x^2 + y^2 + 16x - 20y - 5 = 0$ .

## Рекомендуемая литература:

### основная

1. ЭБС «Znanium»: Уткин Владимир Борисович Математика и информатика : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2018. - 472 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=305683>.
2. ЭБС «Znanium»: Шипачев Виктор Семенович Высшая математика : Учебник; ВО - Бакалавриат/Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. - Москва:ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=990716>.
3. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

### дополнительная

1. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ
2. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.
9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.

### Раздел 3. Введение в математический анализ

**Цель изучения темы:** овладеть основными понятиями математического анализа; уметь применять понятие производной к исследованию функций и вычислению пределов, изучить математические методы решения профессиональных задач, овладеть основными понятиями и методами интегрального исчисления; овладеть методами исследования математических моделей и оценки точности и пределов применимости полученных результатов, изучить математические методы решения профессиональных задач.

#### Студент должен знать:

1. до изучения темы (базисные знания):
  1. Преобразование алгебраических выражений.
  2. Формулы сокращенного умножения.
  3. Логарифмирование. Потенцирование

4. Функциональная зависимость.
5. Область определения и область значений функции.
6. Элементарные функции.

2. после изучения темы:

1. Предел числовой последовательности.
2. Предел функции. Основные теоремы о пределах.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
4. Сравнение бесконечно малых функций.
5. Сходимость монотонно возрастающей ограниченной сверху последовательности.
6. Фундаментальная последовательность.
7. Предел и непрерывность функции.
8. Основные теоремы о пределах.

**Студент должен уметь:**

- Вычислять пределы функций
- Вычислять неопределенности и замечательные пределы

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля:
  1. Перечислите способы задания функций, их достоинства.
  2. Дайте определение предела функции в точке.
  3. Сформулируйте основные свойства пределов.
  4. Какими свойствами обладают непрерывные функции?
- 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля (привести тестовые задания с ответами)
  1. Какое из нижеперечисленных предложений определяет производную функции (когда приращение аргумента стремится к нулю)?
    - a) отношение приращения функции к приращению аргумента;
    - b) предел отношения функции к приращению аргумента;
    - c) отношение функции к пределу аргумента;
    - d) отношение предела функции к аргументу;
    - e) предел отношения приращения функции к приращению аргумента.
  2. Первая производная функции показывает:
    - a) скорость изменения функции;
    - b) направление функции;
    - c) приращение функции;
    - d) приращение аргумента функции.
  3. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в некоторой точке, равен:
    - a) отношению значения функции к значению аргумента в этой точке;
    - b) значению производной функции в этой точке;
    - c) значению дифференциала функции в этой точке;
    - d) значению функции в этой точке;
    - e) значению тангенса производной функции в этой точке.
- 4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

**Рекомендуемая литература:**

**основная**

1. ЭБС «Znanium»: Уткин Владимир Борисович Математика и информатика : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2018. - 472 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=305683>.
2. ЭБС «Znanium»: Шипачев Виктор Семенович Высшая математика : Учебник; ВО - Бакалавриат/Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=990716>.



3. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

#### **дополнительная**

1. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ
2. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.
9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.

#### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

**Цель изучения темы:** овладеть основными понятиями математического анализа; уметь применять понятие производной к исследованию функций и вычислению пределов, изучить математические методы решения профессиональных задач, овладеть основными понятиями и методами интегрального исчисления; овладеть методами исследования математических моделей и оценки точности и пределов применимости полученных результатов, изучить математические методы решения профессиональных задач.

##### **Студент должен знать:**

1. до изучения темы (базисные знания):
  1. Предел числовой последовательности.
  2. Предел функции. Основные теоремы о пределах.
  3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
  4. Сравнение бесконечно малых функций.
  5. Сходимость монотонно возрастающей ограниченной сверху последовательности.
  6. Фундаментальная последовательность.
  7. Предел и непрерывность функции.
  8. Основные теоремы о пределах.
2. после изучения темы:
  1. Нахождение производных.
  2. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
  3. Приложение производной к задачам экономики.



вычислительной математики и кибернетики. - Москва:ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znaniium.com/go.php?id=990716>.

3. ЭБС «Znaniium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znaniium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

#### **дополнительная**

1. ЭБС «Znaniium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ
2. ЭБС «Znaniium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znaniium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ
4. ЭБС «Znaniium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znaniium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znaniium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.
9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.

### **Раздел 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных**

**Цель изучения темы:** овладеть основными понятиями математического анализа; уметь применять понятие производной к исследованию функций и вычислению пределов, изучить математические методы решения профессиональных задач, овладеть основными понятиями и методами интегрального исчисления; овладеть методами исследования математических моделей и оценки точности и пределов применимости полученных результатов, изучить математические методы решения профессиональных задач.

#### **Студент должен знать:**

1. до изучения темы (базисные знания):
  1. Нахождение производных.
  2. Дифференцирование функций, заданных неявно.
  3. Приложение производной к задачам экономики.
  4. Общее исследование функции.
2. после изучения темы:
  1. Определение функции нескольких независимых переменных.
  2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
  3. Частные производные функции нескольких независимых переменных, их геометрический смысл (для случая двух независимых переменных).
  4. Частные производные высших порядков.

5. Полный дифференциал функции нескольких независимых переменных; его применение в приближенных вычислениях.
6. Экстремум функции многих переменных.
7. Нахождение наибольших и наименьших значений функции.
8. Задача обработки наблюдений.
9. Подбор параметров кривых по способу наименьших квадратов.

**Студент должен уметь:**

- Вычислять производные и дифференциалы функций нескольких переменных
- Проводить полное исследование функции с построением графиков

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля:
  1. Определение функции нескольких независимых переменных.
  2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
  3. Частные производные функции нескольких независимых переменных.
  4. Частные производные высших порядков.
  5. Полный дифференциал функции нескольких независимых переменных; его применение в приближенных вычислениях.
  6. Экстремум функции многих переменных
- 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля (привести тестовые задания с ответами)
  1. Какое из нижеперечисленных предложений определяет производную функции (когда приращение аргумента стремится к нулю)?
    - а) отношение приращения функции к приращению аргумента;
    - б) предел отношения функции к приращению аргумента;
    - с) отношение функции к пределу аргумента;
    - д) отношение предела функции к аргументу;
    - е) предел отношения приращения функции к приращению аргумента.
  2. Первая производная функции показывает:
    - а) скорость изменения функции;
    - б) направление функции;
    - с) приращение функции;
    - д) приращение аргумента функции.
  3. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в некоторой точке, равен:
    - а) отношению значения функции к значению аргумента в этой точке;
    - б) значению производной функции в этой точке;
    - с) значению дифференциала функции в этой точке;
    - д) значению функции в этой точке;
    - е) значению тангенса производной функции в этой точке.
  4. Дифференциал функции – это:
    - а) полное приращение функции при заданном изменении аргумента;
    - б) главная линейная часть приращения функции при заданном изменении аргумента;
    - с) изменение функции при заданном изменении аргумента.
- 4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

**Рекомендуемая литература:**

**основная**

1. ЭБС «Znanium»: Уткин Владимир Борисович Математика и информатика : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2018. - 472 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=305683>.
2. ЭБС «Znanium»: Шипачев Виктор Семенович Высшая математика : Учебник; ВО - Бакалавриат/Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет

вычислительной математики и кибернетики. - Москва:ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znaniium.com/go.php?id=990716>.

3. ЭБС «Znaniium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znaniium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

#### **дополнительная**

1. ЭБС «Znaniium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ
2. ЭБС «Znaniium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znaniium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ
4. ЭБС «Znaniium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znaniium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znaniium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.
9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.

### **Раздел 6. Интегральное исчисление функции одной переменной**

**Цель изучения темы:** овладеть основными понятиями интегрального исчисления; уметь применять понятие первообразной к исследованию функций, изучить математические методы решения профессиональных задач, овладеть основными понятиями и методами интегрального исчисления; овладеть методами исследования математических моделей и оценки точности и пределов применимости полученных результатов, изучить математические методы решения профессиональных задач.

#### **Студент должен знать:**

1. до изучения темы (базисные знания):

1. - Определение функции нескольких независимых переменных.
2. - Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
3. - Частные производные функции нескольких независимых переменных, их геометрический смысл (для случая двух независимых переменных).
4. - Частные производные высших порядков.
5. - Полный дифференциал функции нескольких независимых переменных; его применение в приближенных вычислениях.
6. - Экстремум функции многих переменных.
7. - Нахождение наибольших и наименьших значений функции.
8. - Задача обработки наблюдений.

9. - Подбор параметров кривых по способу наименьших квадратов.

2. после изучения темы:

1. Основные определения. Основные свойства и таблица основных интегралов.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле и интегрирование подстановкой.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.
6. Геометрические приложения определенного интеграла.

**Студент должен уметь:**

-Находить первообразные функций

-Вычислять неопределенные и определенные интегралы различными методами

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля:

1.Допишите недостающие сведения в нижеследующем тексте:

• Совокупность всех функций ....., первообразных для данной функции ..... или для данного дифференциала ....., называется ..... для этой функции.

• Дифференциал от неопределённого интеграла равен .....

2.Приведите основные свойства неопределенного и определенного интеграла.

3.Найдите интегралы методом замены переменной:

1)  $\int \frac{3x^3}{(x^4 - 3)^2} dx$  ;

3)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$  ;

2)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x(1 + \cos x)^2 dx$  ;

4)  $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(3 + 2x)^2}$  ;

4.Найдите интегралы методом интегрирования по частям:

1)  $\int x \sin x dx$

3)  $\int x e^x dx$

2)  $\int x \ln x dx$

4)  $\int x^2 \sin 2x dx$

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля (привести тестовые задания с ответами)

1. Первообразной функции  $y = f(x)$  называется:

a) функция, производная которой равна заданной функции (функции  $y = f(x)$ );

b) функция, равная сумме  $y = f(x) + C$ , где  $C$  – произвольная константа;

c) функция, дифференциал которой равен  $f(x)dx$ .

2. Неопределенным интегралом функции  $y = f(x)$  называется:

a) первообразная функции  $y = f(x)$ ;

b) совокупность всех первообразных функции  $y = f(x)$ .

3 Первообразной функции  $y = x^n$  является функция:

a)  $y = n \cdot x^{n-1}$ ;

b)  $y = x^{n+1}/(n+1)$ ;

c)  $y = x^n \cdot (n+1)$ .

4 Первообразной функции  $y = a^x$  является функция:

a)  $y = a^x \cdot \ln a$ ;

b)  $y = a^x / \ln a$ ;

c)  $y = a^x / \ln x$ .

5. Первообразной функции  $y = 1/x$  является функция:

a)  $y = 1/x^2$ ;

b)  $y = \ln x$ ;

c)  $y = x \cdot \ln x$ .

6. Первообразной функции  $y = e^x$  является функция:

a)  $y = e^x \cdot \ln x$ ;

- b)  $y = e^x / \ln e$ ;
- c)  $y = e^x / \ln x$ .

7. Определенным интегралом называется:

- a) значение приращения любой первообразной от данной функции  $f(x)$  при изменении аргумента от  $x=a$  до  $x=b$ ;
- b) предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю;
- c) произведению производной функции на приращение аргумента.

8. Если пределы интегрирования определенного интеграла равны, то такой интеграл равен:

- a)  $+\infty$ ;
- b) 0;
- c)  $-\infty$ .

9. При вычислении определенного интеграла предполагается, что функция  $y = f(x)$  на промежутке от  $x=a$  до  $x=b$ :

- a) возрастает;
- b) убывает;
- c) непрерывна.

10. По геометрическому смыслу, определенный интеграл численно равен:

- a) угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в точке с абсциссой  $x=x_0$ ;
- b) приращению ординаты касательной к кривой графика функции, соответствующей приращению ее абсциссы на  $\Delta x$ ;
- c) площади криволинейной трапеции, ограниченной линией графика функции  $y = f(x)$ , осью  $OX$  и ординатами  $x=a$  и  $x=b$ .

11. Площадь фигуры, ограниченная параболой  $y=x^2$ , осью  $OX$  и ординатами  $x=2$  и  $x=5$ , равна:

- a) 39;
- b) 25;
- c) 49.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

#### основная

1. ЭБС «Znanium»: Уткин Владимир Борисович Математика и информатика : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2018. - 472 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=305683>.
2. ЭБС «Znanium»: Шипачев Виктор Семенович Высшая математика : Учебник; ВО - Бакалавриат/Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. - Москва:ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=990716>.
3. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

#### дополнительная

1. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ
2. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ

4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.
9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.

### **Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Цель изучения темы:** овладеть основными понятиями математического анализа; уметь применять понятие производной и первообразной к исследованию функций, изучить математические методы решения профессиональных задач, овладеть основными понятиями и методами решений дифференциальных уравнений; овладеть методами исследования математических моделей и оценки точности и пределов применимости полученных результатов, изучить математические методы решения профессиональных задач.

#### **Студент должен знать:**

1. до изучения темы (базисные знания):

1. Основные определения. Основные свойства и таблица основных интегралов.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле и интегрирование подстановкой.
3. Интегрирование по частям.
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.
6. Геометрические приложения определенного интеграла.

2. после изучения темы:

1. Понятие о дифференциальном уравнении. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Понятие об общем и частном решении. Начальные условия. Интегральные кривые.
3. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка (без доказательства).
4. Поле направлений дифференциального уравнения. Изоклины.
5. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейно-независимые решения. Структура общего решения.
6. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение уравнения.
7. Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Теорема наложения. Метод вариации произвольных постоянных.
8. Частные решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

#### **Студент должен уметь:**

- Вычислять производные и дифференциалы функций
- Вычислять неопределенные и определенные интегралы различными методами

#### **Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля:



1. Графическая интерпретация частного решения ДУ первого порядка
2. Порядок ДУ как основополагающий критерий мерности
3. Методы определения однородности ДУ первого порядка
4. Особенности решения уравнения Бернулли
5. ДУ в полных дифференциалах
6. Особенности использования основных формул дифференциального исчисления при преобразованиях ДУ
7. Основные типы ДУ высших порядков и методы их решения
8. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами: методы нахождения частного решения.

### Упражнения

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка

1.  $y' = y \operatorname{tg} x + \cos x,$

2.  $y' = \frac{y}{x} - 1,$

3.  $y' - \frac{1}{xy} = x.$

2. Решить дифференциальные уравнения второго порядка

1.  $y'' = x + \sin x,$

2.  $y'' - 7y' + 10y = 3x^2,$

3.  $2y'' + 2y' + 13y = 2 \cos \frac{5x}{2},$

4.  $y'' - 4y' + 4y = 2 \sin 2x + 2x \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. Общим решением дифференциального уравнения n-го порядка называется:

- а) решение, в котором произвольным постоянным придаются конкретные числовые значения;
- б) решение, содержащее n независимых произвольных постоянных;
- в) решение, выраженное относительно независимой переменной;
- г) решение, полученное без интегрирования.

2. При решении линейного дифференциального уравнения первого порядка не применяется:

- а) замена переменной
- б) разделение переменных
- в) метод неопределённых коэффициентов
- г) интегрирование по частям

3. Частное решение дифференциального уравнения  $(1 + e^x)y' = ye^x$  при  $y(0) = 1$  имеет вид ...

- |                            |                           |                 |
|----------------------------|---------------------------|-----------------|
| а) $1 + e^x$               | б) $\frac{1}{2}(1 + e^x)$ | в) $2(1 + e^x)$ |
| г) $-\frac{1}{2}(1 + e^x)$ | д) $-2(1 + e^x)$          |                 |

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

#### основная

1. ЭБС «Znanium»: Уткин Владимир Борисович Математика и информатика : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2018. - 472 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=305683>.
2. ЭБС «Znanium»: Шипачев Виктор Семенович Высшая математика : Учебник; ВО - Бакалавриат/Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. - Москва:ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=990716>.

3. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

#### **дополнительная**

1. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ
2. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.
9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.

### **Раздел 8. Ряды и их применение**

**Цель изучения темы:** овладеть основными понятиями теории рядов; изучить математические методы решения профессиональных задач, овладеть основными понятиями и методами теории рядов; овладеть методами исследования математических моделей и оценки точности и пределов применимости полученных результатов, изучить математические методы решения профессиональных задач.

#### **Студент должен знать:**

1. до изучения темы (базисные знания):

1. Понятие о дифференциальном уравнении. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Понятие об общем и частном решении. Начальные условия. Интегральные кривые.
3. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка (без доказательства).
4. Поле направлений дифференциального уравнения. Изоклины.
5. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейно-независимые решения. Структура общего решения.
6. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение уравнения.
7. Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Теорема наложения. Метод вариации произвольных постоянных.
8. Частные решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

2. после изучения темы:

1. Числовые ряды; их сходимость и расходимость.
2. Необходимые условия сходимости.
3. Свойства сходящихся рядов.
4. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости, основанные на сравнении рядов.
5. Признак Даламбера. Интегральный признак Коши.
6. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
7. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости.
8. Ряды Тейлора и Маклорена. Биномиальный ряд.
9. Разложение в степенной ряд элементарных функций.
10. Приложение степенных рядов к приближенным вычислениям, вычисление определенных интегралов, решение дифференциальных уравнений

**Студент должен уметь:**

- Исследовать ряды на сходимость
- Применять теорию рядов к приближенным вычислениям, вычисление определенных интегралов, решение дифференциальных уравнений

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля:
  1. Признаки сходимости числовых рядов с положительными членами (признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши).
  2. Сходимость знакопередающихся рядов (признак Лейбница).
  3. Сходимость знакопеременных рядов.
  4. Понятие о функциональном ряде. Область сходимости функционального ряда.
  5. Абсолютно и условно сходящиеся ряды и их свойства.
  6. Степенной ряд. Теорема Абеля.
  7. Интервал, радиус и область сходимости степенного ряда.
  8. Ряды Тейлора и Маклорена.

**Упражнения**

1. Найти сумму ряда и написать 3 первых члена ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n}$ .
2. Исследовать числовой ряд на сходимость:  $1 + \frac{2^3}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \dots$ .
3. Найти интервал сходимости функционального ряда, исследовать на сходимость на концах интервала, записать пример расходящегося ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ ,      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!x^n}$ .

4. а) Разложить функцию в ряд Маклорена:  $f(x) = \frac{2}{1-x^2}$

б) Разложить в ряд Тейлора:  $f(x) = \ln x$  по степеням  $(x-1)$ .

5. Вычислить заданный интеграл с заданной точностью  $\alpha = 0,001$   $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$ .

6. Решить дифференциальное уравнение с помощью рядов:  $y'' = xy$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля (привести тестовые задания с ответами)

1. Пусть задан ряд с неотрицательными членами. Отметьте верные утверждения:

- а) ряд сходится тогда и только тогда, когда последовательность его частичных сумм монотонна
- б) последовательность частичных сумм сходящегося ряда ограничена сверху
- в) существуют расходящиеся ряды с положительными членами

2. При разложении функции  $y = \frac{1}{3+6 \cdot x}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x=0$  первыми тремя отличными от нуля членами ряда будут...

- 1)  $\frac{1}{3} - \frac{x}{3^2} + \frac{x^2}{3^3} + \dots$
- 2)  $2 + \frac{2^2}{3} \cdot x + \frac{2^3}{3} \cdot x^2 + \dots$
- 3)  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot x + \frac{2^2}{9} \cdot x^2 + \dots$
- 4)  $\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cdot x + \frac{2^2}{3} \cdot x^2 - \dots$
- 5)  $1 - \frac{2}{3} \cdot x + \frac{2^2}{3} \cdot x^2 - \dots$

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

#### основная

1. ЭБС «Znanium»: Уткин Владимир Борисович Математика и информатика : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат. - Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К", 2018. - 472 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=305683>.
2. ЭБС «Znanium»: Шипачев Виктор Семенович Высшая математика : Учебник; ВО - Бакалавриат/Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. - Москва:ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 479 с. - URL: <http://new.znanium.com/go.php?id=990716>.
3. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020.
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Линейная алгебра : электр. учеб. пособие по направлению 35.03.04 "Агрономия"/С. В. Попова, Р. В. Крон ; Ставропольский ГАУ. - Ставрополь, 2020. - 3,49 МБ

#### дополнительная

1. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Дифференциальные уравнения : рабочая тетр./Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2016. - 633 КБ
2. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Интегральное исчисление функции одной переменной : рабочая тетрадь/Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих, Н. Б. Смирнова, А. Ф. Долгополова ; СтГАУ. - Ставрополь:АГРУС, 2015. - 673 КБ
3. ЭБС «Znanium»: Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 1,30 МБ
4. ЭБС «Znanium»: Попова, С. В. Аналитическая геометрия : электронный учебник/С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих, Р. В. Крон ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 35,4 МБ
5. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 1/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 619 КБ
6. ЭБС «Znanium»: Яновский, А. А. Математика : учеб. пособие : Ч. 2/А. А. Яновский, Д. Б. Литвин ; СтГАУ. - Ставрополь:Сервисшкола, 2016. - 1,28 МБ
7. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : 35 лекций в 2 ч. : Ч. 1. -М.:Айрис-пресс, 2008. - 288 с.
8. Крон, Р. В. Линейная алгебра : учеб. пособие для студентов вузов с.-х., инженерно-техн. и экон. направлений/Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; под ред. И. И. Мамаева. - Москва:Илекса, 2015. - 216 с.

9. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учеб. пособие для студентов вузов по направлениям: "Естественные науки и математика" (510000). "Технические науки" (550000), "Педагогические науки" (540000)/А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - СПб.:Лань, 2010. - 736 с.
10. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики : учеб.- справоч. пособие/под ред. Н. Ш. Кремера. - М.: Высшее образование, 2007. - 646 с.