

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Ставропольский государственный аграрный университет»

Кафедра Математика

Попова С.В.

МАТЕМАТИКА

Методические указания для организации
самостоятельной работы студентов

05.03.06 Экология и природопользование

Ставрополь
2019

Раздел 1. Линейная алгебра

Темы 1 – 2. Матрицы, определители. Системы линейных уравнений

Цель изучения раздела: овладеть основными понятиями и методами линейной алгебры; изучить методы решения систем линейных уравнений.

Задачи: рассмотреть виды матриц, определители разных порядков; изучить действия над матрицами, различные способы вычисления определителей, методы решения систем линейных уравнений.

Студент должен знать:

1. до изучения темы (базисные знания):

- понятия школьной математики;

2. после изучения темы:

- линейные операции над матрицами;

- понятия и свойства определителей;

- основные понятия о системах линейных алгебраических уравнений;

- общее решение однородной линейной системы;

- структуру общего решения неоднородной линейной системы.

Студент должен уметь:

- вычислять определители 2-го, 3-го и выше порядков разными способами с использованием свойств определителей;

- распознавать виды матриц, выполнять действия над матрицами, решать простейшие матричные уравнения;

- решать системы линейных уравнений методами Крамера, Гаусса и матричным методом;

- находить ранг матрицы;

- решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений;

- применять понятия и методы линейной алгебры для решения прикладных задач;

- самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения по линейной алгебре.

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме

1) *Ознакомиться с теоретическим материалом по темам «Матрицы, определители», «Системы линейных уравнений» с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.*

2) *Ответить на вопросы для самоконтроля.*

1. Что называется матрицей?

2. Какие виды матриц Вы знаете?

3. Какие действия над матрицами можно выполнять? Опишите порядок выполнения этих действий.

4. Что называется определителем?
5. Сформулируйте свойства определителей.
6. Дайте понятие алгебраического дополнения и минора.
7. Как осуществляется вычисление определителей?
8. Что такое невырожденная матрица?
9. Какая матрица называется обратной?
10. Способы нахождения обратной матрицы.
11. Сформулируйте понятие ранга матрицы.
12. Назовите свойства ранга матрицы.
13. Какие матрицы называются эквивалентными?
14. Сформулируйте понятие системы линейных уравнений.
15. Что называется решением системы линейных уравнений?
16. Сколько решений может иметь система линейных уравнений?
17. Какими методами можно найти решение системы линейных уравнений?
18. Как решаются системы линейных уравнений с помощью определителей?
19. Запишите формулы Крамера.
20. Укажите возможные решения системы линейных уравнений в зависимости от значений главного определителя системы и определителей переменных.
21. Какие эквивалентные преобразования можно выполнять над системами линейных уравнений?
22. В чём заключается смысл метода Гаусса для решения систем линейных уравнений?
23. Укажите возможные решения системы линейных уравнений методом Гаусса в зависимости от вида преобразованной системы.
24. Как решаются системы линейных уравнений с помощью матричного метода?
25. Для каких систем линейных уравнений существует геометрическая иллюстрация решения? Покажите возможные случаи для системы с двумя переменными.
26. Сформулируйте критерий совместности системы линейных уравнений.
27. Какая система линейных уравнений называется однородной?
28. Какое решение называется тривиальным? нетривиальным?
29. Сформулируйте понятие фундаментальной системы решений данной системы линейных уравнений.
30. Что называется общим решением системы линейных уравнений?
31. Какая система линейных уравнений называется неоднородной?
32. Какова структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

	Задания	Варианты ответов
1	Разложение определителя матрицы	а) $-a_{11} + 2a_{12} + 3a_{13}$, б) $3a_{12} - 2a_{13}$,

	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ по элементам первой строки имеет вид:	c) $-3a_{12} + 2a_{13}$, d) $a_{11} + 2a_{12} + 2a_{13}$.
2	Матрица $\begin{pmatrix} A & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ не имеет обратной при значении $A =$	a) 12; b) 2,4; c) -2,4; d) 3.
3	Система линейных уравнений несовместна, если	a) ранг матрицы системы меньше ранга ее расширенной матрицы; b) ранг матрицы системы больше ранга ее расширенной матрицы; c) ранг матрицы системы равен рангу ее расширенной матрицы; d) ранг матрицы системы равен рангу ее расширенной матрицы, но число неизвестных меньше числа уравнений.
4	Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 5 & 7 & 4 & 8 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ равен:	a) 4, b) 1, c) 3, d) 2.
5	Система линейных уравнений $\begin{cases} -7x_1 + 5x_2 = 3 \\ 11x_1 - 8x_2 = -5 \end{cases}$	a) имеет два решения; b) имеет бесконечное множество решений; c) имеет единственное решение; d) не имеет решений.
6	Определитель – это	a) таблица чисел; б) число, вычисляемое, по определенному правилу; в) матрица.
7	Обратная матрица существует:	a) всегда; б) если $\Delta \neq 0$; в) если $\Delta = 0$.
8	Переменную y методом Крамера можно найти по формуле	a) $\frac{\Delta_y}{\Delta}$; б) $\frac{y}{x}$.
9	Определитель $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ равен...	a) 5; б) -5; в) 10.
10	Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ равен...	a) -51; б) 39; в) 62.

11	Произведение матриц $A \cdot B$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, равно...	а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 \\ 3 & 8 & 7 \\ 2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 5 & 8 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 8 & 12 & 7 \\ 2 & 1 & 1 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 7 & 5 & 2 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
12	Решением системы уравнений $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$ является...	а) $x = 1; y = 3$; б) $x = 1,5; y = -0,5$; в) $x = -1; y = -2$; г) $x = 0; y = 1$; д) $x = 2; y = -1$.
13	Выражение $x + y - 2z$ (x, y, z найти методом Гаусса) из системы $\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 12, \\ x - 3z = -1, \\ 3x + 4y - z = 1, \end{cases}$ равно	а) 3; б) 2; в) 1.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортакровский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: (Высшее образование: Бакалавриат).
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Линейная алгебра [электронный полный текст] : электронный учебник / Р. В. Крон [и др.] ; Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 8,5 МБ.
3. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Под ред. Мамаева И.И. Линейная алгебра. Учебное пособие. Изд-во «Илекса», Москва, 2015. – 216 с.

4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: 35 лекций в 2 ч. Ч. 1. - 9-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2008.

Дополнительная литература:

1. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Линейная алгебра. Рабочая тетрадь/ Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б., Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н. – Ставрополь: «АГРУС», 2010. – 96 с.

2. Линейная алгебра: учебник / Р.В. Крон, С.В. Попова, Н.Б. Смирнова, Е.В. Долгих. – Ставрополь: Сервисшкола, 2012. – 168 с.

Раздел 2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 3: Элементы векторной алгебры

Цель изучения раздела: овладеть основными понятиями и методами векторной алгебры.

Задачи: рассмотреть векторы в пространстве и действия над ними; ознакомиться с понятиями линейных пространств, линейных операторов.

Студент должен знать:

1. до изучения темы (базисные знания):

- знать основные понятия планиметрии и стереометрии, аксиомы стереометрии следствия из них;
- выполнять действия над векторами;
- выполнять разложение вектора на составляющие;
- определять координаты векторов, их длины, углы между векторами;
- решать задачи, связанные со сложением сил, скоростей.

2. после изучения темы:

- основные понятия векторной алгебры;
- критерий коллинеарности и компланарности векторов;
- скалярное произведение векторов;
- векторное произведение векторов;
- смешанное произведение векторов;
- линейные пространства;
- линейную зависимость и независимость векторов;
- базис и размерность линейного пространства;
- координаты вектора;
- евклидово пространство;
- линейные операторы;
- матрицы линейных операторов;
- собственные значения и собственные векторы линейного преобразования;
- квадратичные формы.

Студент должен уметь:

- выполнять действия над векторами в геометрической и координатной форме;
- находить координаты вектора;
- устанавливать коллинеарность и компланарность векторов;
- находить скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и использовать их в различных приложениях;
- распознавать линейные пространства;
- устанавливать линейную зависимость векторов;
- определять базис линейного пространства и координаты вектора в нём;
- работать с матрицами линейных операторов;
- находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов;
- преобразовывать квадратичные формы.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по
указанной теме:**

1) *Ознакомиться с теоретическим материалом по теме «Элементы векторной алгебры» с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.*

2) *Ответить на вопросы для самоконтроля.*

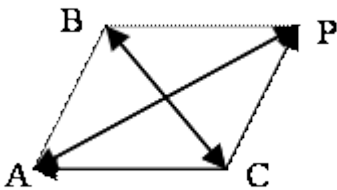
1. Дайте понятие скалярных и векторных величин
2. Что называется вектором (свободным вектором)?
3. Сколько характеристик имеет вектор?
4. Что называется длиной вектора?
5. Дайте понятие нулевого и единичного вектора.
6. Какие векторы называются равными?
7. Какие векторы называются коллинеарными? сонаправленными? противоположно направленными?
8. Какие векторы называются компланарными?
9. Какую величину называют углом между двумя векторами?
10. Какие действия можно выполнять над векторами в геометрической форме? Как они осуществляются?
11. Что называется проекцией вектора на ось?
12. Сформулируйте свойства проекции вектора на ось.
13. Что называется координатой вектора?
14. Что называется линейной комбинацией векторов?
15. Что называется базисом векторов на плоскости (в трёхмерном пространстве)?
16. Как записывается разложение вектора по базису?
17. Какие векторы называются линейно-зависимыми? линейно-независимыми?
18. Сколькими способами можно разложить вектор по данному базису?
19. Как задаётся прямоугольная декартова система координат в трёхмерном пространстве R^3 ?
20. Какие векторы называются базисными ортами?

21. Что такое радиус-вектор точки?
22. Как записывается разложение вектора по базису в трёхмерном пространстве?
23. Как определяются координаты вектора, если известны координаты его начала и конца?
24. Как найти длину вектора в координатной форме?
25. Как найти направление вектора в координатной форме?
26. Сформулируйте свойство направляющих косинусов вектора.
27. Как выполняются линейные операции над векторами, заданными в координатной форме?
28. Сформулируйте условие коллинеарности двух векторов.
29. Что называется скалярным произведением векторов?
30. Запишите формулу для нахождения скалярного произведения векторов по определению и в координатной форме.
31. Запишите свойства скалярного произведения векторов.
32. Приведите примеры применения скалярного произведения векторов. Запишите соответствующие формулы.
33. Что называется векторным произведением векторов?
34. Запишите свойства векторного произведения векторов.
35. Запишите формулу для нахождения векторного произведения векторов по определению и в координатной форме.
36. Приведите примеры применения векторного произведения векторов. Запишите соответствующие формулы.
37. Что называется смешанным произведением векторов?
38. Запишите свойства смешанного произведения векторов.
39. Запишите формулу для нахождения смешанного произведения векторов по определению и в координатной форме.
40. Приведите примеры применения смешанного произведения векторов. Запишите соответствующие формулы.
41. Дайте понятие линейного пространства.
42. Как устанавливается линейная зависимость векторов в линейном пространстве?
43. Какое линейное пространство называется n -мерным?
44. Дайте понятие базиса линейного пространства.
45. Как устанавливается размерность линейного пространства?
46. Какое линейное пространство называется евклидовым?
47. Дайте понятие линейного оператора.
48. Что называется матрицей линейного оператора?
49. Что называется собственным числом (значением) линейного оператора (его матрицы)?
50. Что называется собственным вектором линейного оператора (его матрицы)?
51. Запишите характеристическое уравнение оператора (его матрицы).
52. Какова схема нахождения собственных чисел и векторов?
53. Какая форма записи функции называется линейной? квадратичной?

54. Как квадратичная форма приводится к каноническому виду?

55. Какова схема приведения квадратичной формы к каноническому виду в базисе из собственных векторов?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

	Задания	Варианты ответов
1	Даны векторы $\vec{a} = \{-\vec{j} + 2\vec{k}\}$, $\vec{b} = \{0; -1; 2\}$, $c = \overline{AB}$, где А (-1; 5; -3), В (-1; 1; -1). Равными векторами среди них являются:	а) \vec{a} и \vec{c} ; б) \vec{a} и \vec{b} ; в) \vec{b} и \vec{c} .
2	Какой вектор является суммой векторов \overline{AB} и \overline{AC} ? 	1) \overline{BC} ; 2) \overline{CB} ; 3) \overline{AP} ; 4) \overline{BP} ; 5) \overline{CP} .
3	Являются ли векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ компланарными.	а) да; б) нет.
6	Скалярное произведение векторов $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ равно...	1) 2; 2) $\sqrt{34}$; 3) 0; 4) $4\sqrt{2}$.
7	Среди векторов $\vec{a} = (-0,5\vec{i} - \vec{j} - \vec{k})$, $b = (-2\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k})$ и $c = (2\vec{i} - 4\vec{j} - 4\vec{k})$ коллинеарны...	а) \vec{a} и \vec{b} ; б) \vec{a} и \vec{c} ; в) \vec{b} и \vec{c} .
8	Длина вектора, являющегося результатом векторного произведения двух векторов $\vec{a}\{2,0,1\}$ и $\vec{b}\{1,3,-1\}$ равна...	а) $\sqrt{14}$; б) 3; в) 8; г) $\sqrt{13}$; д) $3\sqrt{3}$.
9	Среди векторов $\vec{a} = (\vec{i} + \vec{j})$, $b = (\vec{k})$, $c = (\vec{i} + \vec{k})$ взаимно перпендикулярны...	а) \vec{a} и \vec{b} ; б) \vec{a} и \vec{c} ; в) \vec{b} и \vec{c} .
10	Площадь параллелограмма, образованного векторами $\vec{a} = \{2, -2, 1\}$ и $\vec{b} = \{3, 0, 0\}$ равна...	а) 4; б) $3\sqrt{5}$; в) 6; г) $\sqrt{12}$; д) 1.

4) *Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.*

Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: (Высшее образование: Бакалавриат).
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Линейная алгебра [электронный полный текст] : электронный учебник / Р. В. Крон [и др.] ; Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 8,5 МБ.
3. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Под ред. Мамаева И.И. Линейная алгебра. Учебное пособие. Изд-во «Илекса», Москва, 2015. – 216 с.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: 35 лекций в 2 ч. Ч. 1. - 9-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2008.

Дополнительная литература:

1. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Элементы векторной алгебры и линейных пространств. Рабочая тетрадь/ Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б., Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н. – Ставрополь: «АГРУС», 2010. – 88 с.
2. Линейная алгебра: учебник / Р.В. Крон, С.В. Попова, Н.Б. Смирнова, Е.В. Долгих. – Ставрополь: Сервисшкола, 2012. – 168 с.

Тема 4: Элементы аналитической геометрии

Цель изучения раздела: овладеть основными понятиями и методами аналитической геометрии.

Задачи: рассмотреть системы координат и линии на плоскости, линии, плоскости и поверхности в трёхмерном пространстве.

Студент должен знать:

1. до изучения темы (базисные знания):
 - знать основные понятия планиметрии и стереометрии, аксиомы стереометрии следствия из них;
 - устанавливать в пространстве параллельность прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей, используя признаки и основные теоремы о параллельности;
 - применять признаки перпендикулярности прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей, теорему о трех перпендикулярах, признак перпендикулярности для вычисления углов в пространстве;
 - выполнять сечение многогранников и рассчитывать площадь сечения.
2. после изучения темы:
 - декартовы прямоугольные координаты на плоскости;
 - расстояние между двумя точками;

- деление отрезка в данном отношении;
- преобразование координат;
- полярные координаты;
- уравнение линии;
- линии, заданные параметрически;
- кривые второго порядка (окружность, эллипс, гипербола, парабола);
- неполные уравнения кривых второго порядка;
- схему приведения к каноническому виду общего уравнения кривой второго порядка;
- поверхности и линии в пространстве и их уравнения;
- уравнения плоскости: а) проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, б) общее, в) в отрезках на осях, г) проходящей через три точки;
- уравнения прямой линии в пространстве: а) общее, б) векторное, в) параметрические, г) канонические, д) проходящей через две точки;
- угол между двумя плоскостями;
- расстояние от точки до плоскости;
- угол между двумя прямыми линиями;
- угол между прямой линией и плоскостью;
- поверхности второго порядка (основные виды и их канонические уравнения);
- поверхности вращения;
- цилиндрическая система координат;
- сферическая система координат.

Студент должен уметь:

- решать простейшие задач аналитической геометрии на плоскости в декартовой прямоугольной системе координат;
- решать задачи аналитической геометрии в полярной системе координат;
- составлять уравнение линии с помощью координат;
- задавать прямую линию различными уравнениями в зависимости от исходных данных;
- устанавливать взаимное расположение прямых по уравнениям;
- распознавать кривые второго порядка по их каноническим уравнениям;
- строить кривые и определять их основные характеристики;
- распознавать кривые второго порядка по их уравнениям и приводить их к каноническому виду;
- задавать уравнениями плоскость, прямую и поверхность в трёхмерном пространстве;
- устанавливать взаимное расположение плоскостей, прямых и поверхностей;
- распознавать виды поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям;
- использовать аппарат аналитической геометрии для решения комплексных задач.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по
указанной теме:**

- 1) *Ознакомиться с теоретическим материалом по теме «Элементы аналитической геометрии» с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.*
- 2) *Ответить на вопросы для самоконтроля.*
 1. Дать понятие системы координат.
 2. Что называется координатами точки?
 3. Что такое числовая ось?
 4. Как задаётся прямоугольная (декартова) система координат на плоскости?
 5. Какие задачи аналитической геометрии считаются простейшими на плоскости в прямоугольной системе координат?
 6. По какой формуле определяется расстояние между двумя точками?
 7. По какой формуле определяются координаты точки, делящей отрезок в данном отношении?
 8. При каком условии точка делит отрезок внутренним образом? внешним образом?
 9. Как определить координаты середины отрезка?
 10. Что называется уравнением линии?
 11. Схема составления уравнения линии.
 12. Что называется преобразованием системы координат?
 13. Какие преобразования сохраняют расстояние между точками?
 14. Как осуществляется параллельный перенос системы координат?
 15. Формулы, связывающие координаты точки в «старой» и «новой» системах координат при параллельном переносе.
 16. Как осуществляется поворот системы координат?
 17. Формулы, связывающие координаты точки в «старой» и «новой» системах координат при повороте.
 18. Формулы, связывающие координаты точки в «старой» и «новой» системах координат при параллельном переносе и повороте.
 19. Как задаётся полярная система координат?
 20. Дать понятие полярного радиуса.
 21. Дать понятие полярного угла.
 22. Формулы перехода от полярной системы координат к декартовой системе координат и обратно.
 23. Примеры линий, задаваемых в полярной системе координат.
 24. Как задать линию параметрически?
 25. Способы задания прямой линии на плоскости.
 26. Уравнения прямой линии на плоскости:
 - а) проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору;
 - б) векторное;
 - в) общее;

- г) каноническое;
- д) параметрическое;
- е) проходящей через две данные точки;
- ж) с угловым коэффициентом;
- з) в отрезках на осях;
- и) нормальное.

27. Частные случаи расположения прямой линии на плоскости.

28. Уравнение пучка прямых линий.

29. Дать определение нормального вектора прямой линии.

30. Что называется направляющим вектором прямой линии?

31. Как определить угол между двумя прямыми линиями на плоскости?

32. Сформулировать условия параллельности двух прямых линий на плоскости.

33. Сформулировать условия перпендикулярности двух прямых линий на плоскости.

34. Как найти точку пересечения двух прямых линий?

35. С помощью какой формулы можно найти расстояние от точки до прямой линии?

36. Дать определение кривой второго порядка.

37. Какие виды кривых второго порядка Вы знаете?

38. Дать определение:

- а) эллипса;
- б) гиперболы;
- в) параболы.

39. Вывести и записать каноническое уравнение:

- а) эллипса;
- б) гиперболы;
- в) параболы.

40. Перечислить характеристики:

- а) эллипса;
- б) гиперболы;
- в) параболы.

41. Описать оптическое свойство:

- а) эллипса;
- б) гиперболы;
- в) параболы.

42. Как привести общее уравнение кривой второго порядка к каноническому виду в следующих случаях:

- а) эллипс со смещённым центром;
- б) окружность со смещённым центром;
- в) гипербола со смещённым центром;
- г) гипербола как график обратной пропорциональности;
- д) гипербола как график дробно-линейной функции;
- е) гипербола как график обратной пропорциональности со смещённым центром;

ж) парабола со смещённой вершиной;

з) парабола как график квадратного трёхчлена.

43. Как привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду в общем случае?

44. Схема приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду с помощью квадратичных форм.

45. Как задаётся прямоугольная, декартова система координат в трёхмерном пространстве?

46. Дать понятие поверхности в трёхмерном пространстве.

47. Дать понятие линии в трёхмерном пространстве.

48. Как задать линию в пространстве?

49. Уравнения плоскости в пространстве:

а) проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору;

б) общее;

в) в отрезках на осях;

г) проходящей через три точки.

50. Как найти угол между двумя плоскостями?

51. Сформулировать условие параллельности двух плоскостей.

52. Сформулировать условие перпендикулярности двух плоскостей.

53. Как определить расстояние от точки до плоскости?

54. Уравнения прямой линии в пространстве:

а) общие;

б) векторное;

в) канонические;

г) параметрические;

д) проходящей через две точки.

55. Как определить угол между двумя прямыми линиями в пространстве?

56. Как определить угол между прямой линией и плоскостью в пространстве?

57. Дать понятие поверхности второго порядка.

58. Как построить поверхность второго порядка с помощью метода сечений?

59. Что называется поверхностью вращения?

60. Записать каноническое уравнение:

а) эллипсоида;

б) однополостного гиперболоида;

в) двуполостного гиперболоида;

г) конуса;

д) эллиптического параболоида;

е) гиперболического параболоида;

ж) эллиптического цилиндра;

з) гиперболического цилиндра;

и) параболического цилиндра.

61. Перечислить характеристики:

а) эллипсоида;

б) однополостного гиперболоида;

- в) двуполостного гиперболоида;
- г) конуса;
- д) эллиптического параболоида;
- е) гиперболического параболоида;
- ж) эллиптического цилиндра;
- з) гиперболического цилиндра;
- и) параболического цилиндра.

62. Цилиндрическая система координат.

63. Сферическая система координат.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля.

	Задания	Варианты ответов
1.	Пары прямых: $y - 6x - 10 = 0, y - 3x + 2 = 0$ $2y - 6x - 10 = 0, 6y - 18x + 2 = 0$ $y - 2x - 7 = 0, 2y + x + 10 = 0$ $6y - 16x - 4 = 0, 3y - 8x - 2 = 0$	а) пересекаются б) параллельны в) перпендикулярны г) совпадают
2.	Установите соответствие. Уравнение перпендикуляра опущенного из точки М(2,2) на прямую имеет вид: уравнение прямой: <ul style="list-style-type: none"> а) $x - 3y + 9 = 0$; б) $2x - y + 3 = 0$; в) $x - y + 4 = 0$; г) $x + 2y - 6 = 0$. 	перпендикуляр: <ul style="list-style-type: none"> а) $3x + y - 8 = 0$; б) $x + 2y - 6 = 0$; в) $x + y - 4 = 0$; г) $2x - y - 2 = 0$.
3.	Установите соответствие уравнения парабол и координат их вершин: <ul style="list-style-type: none"> а) (1, -2); б) (-4, 2); в) (-2, -2); г) (-1, -2). 	а) $y^2 - 8x + 4y + 12 = 0$; б) $x^2 + 8x - 4y + 24 = 0$; в) $y^2 + 4x + 4y + 12 = 0$; г) $x^2 + 2x + 4y + 9 = 0$.
4.	Кривая $x^2 - y^2 + 6y - 4x = 9$ имеет центр в точке с координатами ...	а) (2, 3) б) (4, 9) в) (4, 6) г) (4, -6)
5.	Установите соответствие уравнений и графиков: парабола, окружность, эллипс, гипербола	а) $x^2 + 4x - 8y + 12 = 0$ б) $4x^2 + 4y^2 - 7y - 9x - 16 = 0$ в) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 16x - 11 = 0$ г) $4x^2 - y^2 - 4y - 8x = 12$
6.	Вершина параболы $y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$ имеет координаты ...	а) (-3,2) б) (3,2) в) (2,3) г) (-2,-3)
7.	Ветви параболы $y^2 + 2x - 4y + 8 = 0$ направлены ...	а) влево б) вправо в) вниз г) вверх
8.	Угловой коэффициент прямой $4x + 2y - 5 = 0$ равен	а) -2 б) 4 в) 2

	Задания	Варианты ответов
9.	Уравнение прямой, проходящей через точку $M(-2,4)$ и параллельной $6x + 2y - 3 = 0$ имеет вид	а) $3x + y + 2 = 0$ б) $y - 3x - 10 = 0$ в) $3y - x + 2 = 0$
10.	Косинус угла между плоскостями $2x + 4y - 2z = 6$ и $2x - y + z = 4$ равен	а) 2 б) $\frac{1}{2}$ в) $-\frac{1}{6}$
11.	При построении плоскость $x + z = 4$ проходит	а) параллельно плоскости XOZ б) параллельно оси OY в) через начало координат
12.	Направляющий вектор прямой $\begin{cases} 3x - 4y + 2z - 6 = 0 \\ x + y - 2z - 4 = 0 \end{cases}$ имеет координаты	а) $\{6;8;7\}$ б) $\{6;7;8\}$ в) $\{8;7;6\}$
13.	Углом между двумя плоскостями называется	а) угол между направляющими векторами б) двугранный угол в) наименьший угол на который нужно повернуть прямую
14.	Уравнение прямой, проходящей через точки $M(1;3;-2)$ и $N(2;4;1)$ имеет вид	$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{3}$ б) $y = 3x - 2$

4) *Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.*

Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 352 с.: (Высшее образование: Бакалавриат).
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Линейная алгебра [электронный полный текст] : электронный учебник / Р. В. Крон [и др.] ; Р. В. Крон, С. В. Попова, Н. Б. Смирнова, Е. В. Долгих ; СтГАУ. - Ставрополь, 2012. - 8,5 МБ.
3. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Попова С.В. Аналитическая геометрия: электронный учебник/ С.В. Попова, Н.Б. Смирнова, Е.В. Долгих, Р.В. Крон; СтГАУ. – Ставрополь, 2012. – 35,40 МБ.
4. Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б. Под ред. Мамаева И.И. Линейная алгебра. Учебное пособие. Изд-во «Илекса», Москва, 2015. – 216 с.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: 35 лекций в 2 ч. Ч. 1. - 9-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2008.

Дополнительная литература:

1. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Аналитическая геометрия на плоскости. Рабочая тетрадь / Р. В. Крон, С. В. Попова, Е. В. Долгих и др. – Ставрополь : АГРУС, 2011. – 68 с.
2. Линейная алгебра: учебник / Р.В. Крон, С.В. Попова, Н.Б. Смирнова, Е.В. Долгих. – Ставрополь: Сервисшкола, 2012. – 168 с.

Раздел 3. Основы математического моделирования

Цель изучения раздела: иметь представление о моделировании, в том числе и математическом; познакомиться с линейным программированием как методом решения широкого круга производственных задач.

Задачи:

- научиться принципам построения математической модели;
- научиться представлять производственную задачу в виде математической модели линейного программирования;
- изучить методы линейного программирования.

Студент должен знать:

1. до изучения темы (базисные знания):

- основные идеи и конструкции линейной алгебры, аналитической геометрии.

2. после изучения темы:

- понятия, цели, виды моделирования;
- понятие общей задачи линейного программирования;
- алгоритм решения задачи линейного программирования геометрическим методом;
- алгоритм поиска максимума и минимума целевой функции;
- этапы нахождения решения задачи линейного программирования.

Студент должен уметь:

- строить математическую модель задачи;
- составлять систему ограничений, записывать задачу в форме основной задачи линейного программирования, составлять целевую функцию;
- подбирать метод решения задачи.

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

1) *Ознакомиться с теоретическим материалом по теме «Основы математического моделирования» с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.*

2) *Ответить на вопросы для самоконтроля*

1. Что такое модель и моделирование?
2. Назовите цели моделирования.
3. Какие существуют виды моделирования?
4. Перечислите свойства моделей.
5. Какие формы представления моделей вам известны?
6. Назовите отличие идеального моделирования от материального.
7. По каким классификационным признакам можно подразделять модели?
8. Какие модели в зависимости от способа представления объекта вы знаете?
9. Что такое оптимальное решение?
10. Что называется системой ограничений?

11. Какая функция называется целевой?
12. Дайте понятие оптимального плана.
13. Назовите компоненты общей задачи линейного программирования.
14. Алгоритм решения задачи линейного программирования графическим методом.
15. Каков алгоритм поиска максимума и минимума целевой функции?
16. Как составлять систему ограничений?
17. Как записать задачу в форме основной задачи линейного программирования?
18. Как составить целевую функцию?
19. Этапы нахождения решения задачи линейного программирования.
20. Правила построения симплексных таблиц.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

	Задания	Варианты ответов
1	Математическое моделирование – сложный процесс, в котором выделяют несколько этапов. Первый этап предполагает ...	1) построение математической модели рассматриваемой проблемы; 2) построение качественной модели рассматриваемой проблемы; 3) исследование влияния переменных на значение целевой функции.
2	Важным разделом математического программирования является линейное программирование, предполагающее, что ...	1) на переменные накладываются условия целочисленности; 2) целевая функция квадратичная, а ограничениями являются линейные равенства и неравенства; 3) целевая функция линейная, а множество, на котором ищется экстремум целевой функции, задается системой линейных равенств и неравенств.
3	В общей задаче линейного программирования функция вида $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ называется ...	1) характеристической; 2) целевой; 3) производящей.
4	План $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, при котором целевая функция общей задачи линейного программирования принимает свое максимальное (минимальное) значение, называется ...	1) невырожденным; 2) базисным; 3) оптимальным.
5	Решение задачи линейного программирования можно найти с помощью ...	1) метода аналогии; 2) метода Томаса-Ферми; 3) симплекс-метода.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

Раздел 4: Теория вероятностей

Цель изучения темы: овладеть основными понятиями комбинаторики, теории вероятностей случайных событий и случайных величин; сформировать научное представление о случайных величинах, научиться решать основные типы задач теории вероятностей.

Задачи: рассмотреть основные законы комбинаторики, изучить методы решения комбинаторных задач, научиться классифицировать события, изучить способы решения задач на случайные события, рассмотреть виды случайных величин, их особенности и области применения, изучить методы исследования функций распределения случайных величин.

Студент должен знать:

1. до изучения темы (базисные знания):

- понятие множества;
- действия над множествами
- предел функции;
- основные теоремы о пределах;
- свойства функций,
- дифференциальное и интегральное исчисление;

2. после изучения темы:

- правила сложения и умножения в комбинаторике;
- перестановки, размещения, сочетания без повторений;
- перестановки, размещения, сочетания с повторениями;
- статическое и классическое определение вероятности;
- виды случайных событий;
- основные теоремы вероятностей;
- правила вычисления вероятностей случайных событий;
- понятия дискретной и непрерывной случайной величины;
- законы распределения случайных величин;
- формулы основных числовых характеристик дискретной и непрерывной случайной величины;
- свойства функции распределения непрерывной случайной величины;
- закон больших чисел.

Студент должен уметь:

- решать задачи, пользуясь двумя правилами и формулами комбинаторики;
- вычислять вероятности простых событий;
- вычислять вероятности сложных событий, пользуясь основными теоремами теории вероятностей;
- находить основные числовые характеристики случайной величины;
- находить вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в заданный интервал.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по
указанной теме:**

1) *Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.*

2) *Ответить на вопросы для самоконтроля*

1. Какие вопросы изучает комбинаторика?
2. Сформулируйте правило сложения.
3. Объясните суть правила умножения.
4. Какие комбинации называются соединениями?
5. Дайте определение перестановок элементов конечного множества (без повторений).
6. Напишите формулу числа перестановок множества, состоящего из n элементов (без повторений).
7. Какие сочетания называются размещениями (без повторений)?
8. Напишите формулы для вычисления числа размещений m элементов n - элементного множества (без повторений).
9. В каком случае число размещений m элементов n - элементного множества равно числу перестановок из n элементов?
10. Дайте определение числа сочетаний m элементов n - элементного множества (без повторений).
11. Напишите формулы числа сочетаний m элементов n - элементного множества (без повторений).
12. Сформулируйте свойства сочетаний.
13. В чем основное различие сочетаний и размещений?
14. Дайте определение перестановок с повторениями.
15. Напишите формулу для вычисления числа перестановок с повторениями для n - элементного множества с k видами повторяющихся элементов.
16. Дайте определение размещений с повторениями.
17. Напишите формулу для вычисления числа размещений m элементов n - элементного множества с повторениями.
18. Дайте определение сочетаний с повторениями.
19. Напишите формулу для вычисления сочетаний с повторениями.
20. Что изучает теория вероятностей?
21. Что называется испытанием?
22. Какие события называются случайными?
23. Какие события называются достоверными?
24. Какие события называются невозможными?
25. Как определяется классическая вероятность?
26. Какие события несовместны?
27. Какие события независимы?
28. Дайте определение противоположного события и выведите формулу для нахождения его вероятности.

29. Укажите условия применения понятия классической вероятности.
30. В каких пределах изменяется вероятность случайного события?
31. Дайте определение статистической вероятности.
32. Дайте определение геометрической вероятности и укажите условия её применения.
33. Вероятность какого события равна нулю?
34. Дайте определение и приведите примеры событий, образующих полную группу.
35. Вероятность какого события равна единице?
36. Какие события называются совместными?
37. Что называется полной группой событий?
38. Чем отличаются противоположные события?
39. Как определить, являются ли данные события зависимыми?
40. Докажите теорему о вероятности суммы двух несовместных событий.
41. Докажите теорему о вероятности суммы двух совместных событий.
42. Докажите теорему о вероятности произведения двух независимых событий.
43. Выведите теорему сложения вероятностей для трёх совместных событий.
44. Выведите теорему умножения вероятностей для любых трёх событий.
45. При каких условиях применяется формула полной вероятности?
46. Записать формулу полной вероятности?
47. Что такое гипотеза в формуле полной вероятности?
48. Для каких событий справедлива формула полной вероятности?
49. Какие ограничения накладываются на гипотезы в формуле полной вероятности?
50. Если для наступления события A необходимо выполнение только одного события B , может ли быть применена для вычисления его вероятности формула полной вероятности?
51. Что называется гипотезой?
52. Что позволяет оценивать формула Байеса?
53. Запишите формулу Байеса.
54. Можно ли переоценить вероятность гипотезы до того, как стал известен результат испытания?
55. Какие испытания называются независимыми?
56. Запишите формулу Бернулли.
57. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит менее k раз?
58. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит не менее k раз?
59. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит более k раз?
60. Как вычислить вероятность того, что в n испытаниях событие наступит не более k раз?
61. Какие задачи решаются с помощью локальной теоремы Лапласа?
62. Как записывается локальная теорема Лапласа?

63. Какие задачи решаются с помощью интегральной теоремы Лапласа?
64. Сформулируйте интегральную теорему Лапласа?
65. Запишите локальную и интегральную функции Лапласа.
66. Интегральная функция Лапласа является чётной или нечётной?
67. Интегральная функция Лапласа является монотонной или нет?
68. Как найти значение локальной и интегральной функции Лапласа для конкретно заданного числового значения?
69. Как найти вероятность того, что частота отклонения от постоянной вероятности по абсолютной величине не больше, чем на величину ε ?
70. Допишите недостающие сведения в нижеследующем тексте:
 - а) События называются..... , если появление любого из них в результате испытания исключает появление других.
 - б) События А и В называются для события А, если при наступлении события В обязательно наступает событие А.
71. Какая случайная величина называется дискретной?
72. Что называют законом распределения дискретной случайной величины?
73. Основное свойство закона распределения.
74. Как определяется сумма случайных величин?
75. Как определяется произведение случайной величины на число?
76. Как определяется произведение случайных величин?
77. Что называется многоугольником распределения?
78. Приведите пример дискретной случайной величины.
79. Составьте закон распределения дискретной случайной величины X - числа выпадений чётного числа очков на двух игральные кости
80. Что называется функцией распределения случайной величины?
81. Какая случайная величина называется непрерывной?
82. Какими свойствами обладает функция распределения случайной величины?
83. Какой функцией является функция распределения дискретной случайной величины?
84. Чем характеризуется функция распределения непрерывной случайной величины?
85. Как найти функцию распределения дискретной случайной величины по заданному закону её распределения?
86. Как составить закон распределения дискретной случайной величины по её функции распределения?
87. Чему равна вероятность принятия конкретного значения для непрерывной случайной величины?
88. В каком промежутке лежат значения функции распределения?
89. Какие предельные соотношения справедливы для функции распределения?
90. Как найти вероятность того, что случайная величина примет значения из некоторого интервала?
91. Чем отличаются термины "функция распределения" и "интегральная функция распределения"?

92. Чем характеризуется линия, изображающая график функции распределения дискретной случайной величины?
93. Чем характеризуется линия, изображающая график непрерывной случайной величины?
94. Чему равно минимальное значение функции распределения?
95. В каких пределах изменяется функция распределения?
96. Чему равно максимальное значение функции распределения?
97. Что называют плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины?
98. Как найти вероятность того, что непрерывная случайная величина принимает значение, принадлежащее интервалу $(a; b)$?
99. Какими свойствами обладает плотность распределения?
100. Как найти плотность распределения по функции распределения?
101. Как найти функцию распределения по плотности распределения?
102. Какова область изменения плотности распределения?
103. Какой может быть область изменения функции плотности распределения?
104. Что такое плотность вероятностей?
105. Как определить дифференциальную функцию распределения?
106. Чему равен несобственный интеграл от плотности распределения в пределах от $-\infty$ до $+\infty$?
107. На основе какого свойства плотности распределения можно находить значения её параметра?
108. Для каких случайных величин вводится понятие плотности распределения?
109. Можно ли по виду функции плотности распределения судить о значениях, принимаемых случайной величиной?
110. Возможно ли, построить функцию плотности распределения для дискретной случайной величины?
111. Объясните вероятностный смысл плотности распределения.
112. Запишите плотность вероятности для равномерного закона распределения случайной величины.
113. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величины?
114. Свойства математического ожидания.
115. Что называется дисперсией дискретной случайной величины?
116. Запишите свойства дисперсии.
117. Запишите формулу вычисления дисперсии.
118. Что называется средним квадратичным отклонением?
119. Какое распределение называется биномиальным?
120. Чему равно математическое ожидание случайной величины, распределённой по биномиальному закону?
121. Чему равна дисперсия случайной величины, распределённой по биномиальному закону?
122. Как определяется распределение Пуассона?

123. Как найти математическое ожидание случайной величины, распределённой по закону Пуассона?
124. Как вычислить дисперсию случайной величины, распределённой по закону Пуассона?
125. Как записывается плотность равномерного распределения?
126. Определить показательное распределение.
127. Какое распределение называется нормальным?
128. Чему равно математическое ожидание случайной величины, распределённой по нормальному закону?
129. Чему равна дисперсия случайной величины, распределённой по нормальному закону?
130. Какое распределение называется нормированным нормальным распределением?
131. Какие свойства имеет функция распределения нормального закона?
132. Что называется потоком событий?
133. Какие свойства имеет простой поток событий?
134. Какое распределение используют для описания простого потока событий?
135. Какое распределение используют для описания промежутков времени между наступлением событий в простом потоке событий?
136. Допишите недостающие сведения в нижеследующем тексте:
- Математическим ожиданием дискретной случайной величины x называется каждого из всех её возможных значений на соответствующие
 - Дисперсией дискретной случайной величины X называется математическое отклонения этой величины от её математического
137. Вероятность заболевания гепатитом для жителей некоторой области в определенный период года составляет 0,0005. Оцените вероятность того, что из обследованных 10000 жителей 5 окажутся заболевшими?
138. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.
139. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины, заданной следующим законом распределения:

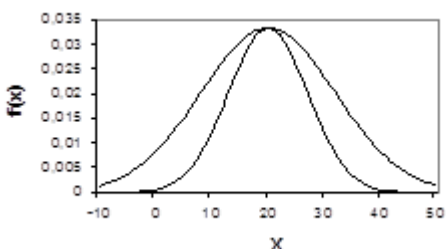
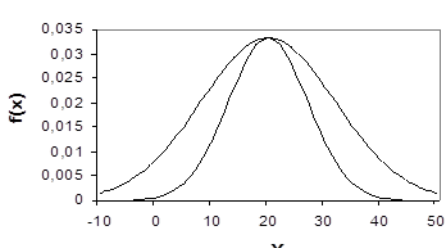
X	1	4	6	7
P	0.1	0.2	0.2	0.5

140. Предполагая закон распределения роста студентов нормальным с математическим ожиданием $\mu = 175$ см и дисперсией $\sigma^2 = 100$ см², найдите вероятность того, что рост произвольно выбранного студента окажется в пределах от 180 до 190 см.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

	Задания	Варианты ответов
1	Раздел математики, в котором изучается, сколько различных комбинаций, удовлетворяющим тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов, – это ...	1) математическая логика; 2) общая алгебра; 3) комбинаторика.
2	Символ C_n^k обозначает ...	1) упорядоченное k -элементное подмножество n -элементного множества; 2) число размещений из n элементов по k ; 3) число сочетаний из n различных предметов по k .
3	Комбинаторика изучает ...	1) методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; 2) способы определения вероятности возникновения того или иного события; 3) способы выборки и расположения предметов, свойства различных конфигураций.
4	Задачи комбинаторики ...	1) формулируются для конечного числа элементов; 2) предполагают использование методов математической статистики; 3) рассматривают только бесконечные множества.
5	Сколько существует трехзначных номеров, не содержащих цифры 8?	1) 81; 2) 512; 3) 729.
6	Сколько слов, содержащих 5 букв, можно составить из 33 букв русского алфавита при условии, что любые две стоящие рядом буквы различны?	1) 335; 2) 33324; 3) 332323.
7	Для сочетаний справедливо соотношение ...	1) $C_n^k = C_{n-1}^k$; 2) $C_n^k = C_n^{n-k}$; 3) $C_n^k = C_{n-1}^{k-1}$.
8	Как называется общий принцип комбинаторики, утверждающий, что если объект A можно выбрать m способами, а объект B выбрать n способами, то выбор « A или B » можно сделать $m + n$ способами?	1) принцип Хемминга; 2) правило произведения; 3) правило сумм.
9	Вероятностью случайного события называется:	1) отношение числа испытаний, при которых появилось ожидаемое событие к общему числу испытаний; 2) предел, к которому стремится относительная частота события при бесконечно большом числе испытаний; 3) величина, обратная относительной частоте случайного события.
10	Относительной частотой случайного	1) отношение числа испытаний, при

	события называется:	<p>которых появилось ожидаемое событие к общему числу испытаний;</p> <p>2) предел, к которому стремится отношение числа ожидаемых событий к общему числу испытаний;</p> <p>3) число испытаний, при которых появилось ожидаемое событие.</p>
11	Какая из характеристик случайного события является случайной величиной?	<p>1) вероятность случайного события;</p> <p>2) относительная частота появления этого события.</p>
12	Вероятность случайного события может изменяться в пределах:	<p>1) от -1 до +1;</p> <p>2) от 0 до 1;</p> <p>3) от $-\infty$ до $+\infty$.</p>
13	Вероятность, какого события равна 1?	<p>1) достоверного;</p> <p>2) невозможного;</p> <p>3) случайного.</p>
14	Вероятность, какого события равна 0?	<p>1) достоверного;</p> <p>2) невозможного;</p> <p>3) случайного.</p>
15	Сумма вероятностей полной группы событий равна:	<p>1) числу всех событий этой группы;</p> <p>2) 1;</p> <p>3) любому числу от -1 до +1.</p>
16	Чтобы вычислить вероятность одновременного наступления нескольких совместных событий нужно:	<p>1) сложить вероятности этих событий;</p> <p>2) перемножить вероятности этих событий;</p> <p>3) разделить сумму вероятностей этих событий на число событий.</p>
17	Теорема сложения применима только к тем событиям, которые являются:	<p>1) несовместными;</p> <p>2) совместными;</p> <p>3) зависимыми.</p>
18	Теорема умножения применима только к тем событиям, которые являются:	<p>1) несовместными;</p> <p>2) совместными;</p> <p>3) противоположными.</p>
19	Что является законом распределения для дискретных случайных величин?	<p>1) зависимость вероятности случайной величины от значения случайной величины;</p> <p>2) зависимость плотности вероятности случайной величины от значения случайной величины;</p> <p>3) зависимость среднего выборочного значения от числа членов статистического ряда.</p>
20	Что является законом распределения для непрерывных случайных величин?	<p>1) зависимость вероятности случайной величины от значения случайной величины;</p> <p>2) зависимость плотности вероятности случайной величины от значения случайной величины;</p> <p>3) зависимость среднего выборочного значения от числа членов статистического ряда.</p>
21	Какое из определений относится к понятию «Математическое ожидание»?	<p>1) это наиболее вероятное значение случайной величины;</p>

		2) это среднее выборочное значение случайной величины; 3) это объём выборки.								
22	Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется:	1) квадратный корень из дисперсии; 2) сумма произведений каждого из ее возможных значений на соответствующие вероятности;								
23	Плотность вероятности непрерывной случайной величины:	1) всегда ≥ 0 ; 2) всегда ≥ 0 ; 3) всегда $= 1$.								
24	На диаграмме изображены два графика нормального закона распределения. Какими параметрами они отличаются? 	1) дисперсиями; 2) математическими ожиданиями; 3) математическими ожиданиями и дисперсиями; 4) критериями Стьюдента; 5) другими параметрами.								
25	На диаграмме изображены два графика нормального закона распределения. Чему равны математические ожидания этих распределений? 	1) 0 и 0,035; 2) 20 и 20; 3) -10 и 50; 4) на диаграмме их значения не указаны.								
26	Дисперсия случайной величины равна 0,09. Чему равно среднее квадратичное отклонение?	1) 0,3; 2) 0,4; 3) 0,5.								
27	Случайная величина представлена следующим законом распределения <table border="1" data-bbox="319 1523 686 1624"> <tr> <td>X</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>P</td> <td>0,25</td> <td>0,5</td> <td>0,25</td> </tr> </table> Чему равно математическое ожидание этой величины?	X	1	2	3	P	0,25	0,5	0,25	1) 3; 2) 2; 3) 5; 4) 4.
X	1	2	3							
P	0,25	0,5	0,25							
28	Чему равно среднее квадратичное отклонение случайной величины, если ее дисперсия равна 0,25?	1) 0,5; 2) 0,6; 3) 0,7.								

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

Рекомендуемая литература:

Основная литература

1. ЭБС «Znanium»: Кочетков Е.С. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. - 2-е изд., испр. и перераб. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 240 с.

2. ЭБС «Znanium»: Соколов Г.А. Основы теории вероятностей: Учебник/Г.А.Соколов, 2-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 340 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат)

3. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. - 4-е изд., испр. - М. : Айрис-пресс, 2008. - 288 с.

Дополнительная литература:

1. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Элементы теории вероятностей. Рабочая тетрадь/ Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б., Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н. - 2-е изд., перераб. и доп. – Ставрополь: «АГРУС», 2011. – 128 с.

2. . Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : Учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - М. : Высш. шк., 2000. - 400с.

Раздел 5: Математическая статистика

Цель изучения темы: овладеть основными понятиями математической статистики; научиться методам оценки неизвестных параметров на основе экспериментальных данных; познакомиться с методами проверки гипотез.

Задачи: рассмотреть вариационные ряды, их особенности и области применения, изучить методы исследования процессов с помощью корреляции и регрессии, проверки гипотез.

Студент должен знать:

1. до изучения темы (базисные знания):

- элементы теории погрешностей;
- случайные величины;
- основные числовые характеристики дискретной случайной величины;
- основные числовые характеристики непрерывной случайной величины;
- нормальный закон распределения.

2. после изучения темы

- статистическая совокупность;
- генеральная и выборочная совокупность;
- статистический дискретный и интервальный ряд распределения;
- вариационный ряд;
- полигон, гистограмма, кумулята, огива;
- мода, медиана, выборочная средняя;
- выборочная и исправленная дисперсия;
- выборочное и исправленное среднее квадратичное отклонение;

- коэффициент вариации;
- асимметрия, эксцесс;
- точечные и интервальные оценки основных числовых характеристик генеральной совокупности;
- распределение Пирсона, Стьюдента;
- корреляция и регрессия;
- общие принципы проверки гипотез;
- нулевая и альтернативная гипотеза;
- уровень значимости;
- критическая область, область принятия гипотезы;
- критерии для проверки гипотезы о вероятности события, о математическом ожидании

Студент должен уметь:

- составлять вариационные ряды и находить их выборочные характеристики;
- строить полигоны и гистограммы частот и относительных частот;
- применять к исследованию вариационных рядов точечные и интервальные оценки;
- строить линии регрессии и исследовать корреляционные связи;
- применять теоретические критерии для проверки статистических гипотез.

Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:

- 1) *Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.*
- 2) *Ответить на вопросы для самоконтроля*
 1. Дайте понятие генеральной совокупности и выборки.
 2. Дайте определение вариационного ряда.
 3. Можно ли восстановить по вариационному ряду выборку?
 4. Дайте определение выборочного среднего.
 5. Как строится гистограмма? полигон частот?
 6. Приведите формулу для вычисления выборочного среднего по вариационному ряду.
 7. Приведите формулу для вычисления выборочной дисперсии по вариационному ряду.
 8. Укажите два различных способа найти выборочную дисперсии по вариационному ряду.
 9. Как изменятся выборочные дисперсия и среднее квадратичное отклонение, если прибавить к каждому элементу выборки постоянную c ?
 10. Как изменятся выборочные дисперсия и среднее квадратичное отклонение, если умножить каждый элемент выборки на постоянную c ?
 11. Что характеризует выборочный коэффициент асимметрии?

12. Как называется средний член вариационного ряда?
13. Что такое медиана вариационного ряда?
14. Каким образом при группировке выборки можно найти оптимальное число интервалов?
15. Каким образом при группировке выборки рассчитывается длина интервала?
16. Какие графические характеристики выборки дают представление о графике плотности?
17. Какие графические характеристики выборки дают представление о графике функции распределения?
18. Чему равняется площадь под гистограммой частот?
19. Можно ли восстановить по гистограмме относительных частот вариационный ряд?
20. Можно ли восстановить по гистограмме частот группированный ряд?
21. Дайте определение медианного интервала.
22. Дайте определение модального интервала.
23. Как определяются состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии?
24. Как определяются состоятельная и несмещенная оценка для вероятности?
25. Дайте понятие доверительного интервала, доверительной вероятности.
26. Как найти доверительный интервал для математического ожидания при известном σ ?
27. Распределение Стьюдента. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном σ .
28. Распределение χ^2 . Доверительный интервал для дисперсии.
29. Доверительный интервал для вероятности.
30. Сформулируйте общую задачу проверки гипотез.
31. Как определяются критическая область и область принятия решений?
32. Как осуществляется проверка гипотез о законе распределения (критерий Пирсона)?
33. Допишите недостающие сведения в нижеследующем тексте:
 - Свойства выборочной совокупности тем лучше отражают свойства.....совокупности, чем больше ее.....
 - Наблюдаемые значения признака называют.....
34. Допишите недостающие сведения в нижеследующем тексте:
 - Ценность выборочных характеристик определяется тем, что с их помощью можно оценить соответствующие.....характеристики.....совокупности
 - В статистике используютсоответствующие заданнойвероятности
35. Постройте полигоны частот и относительных частот по данным следующей таблицы:

X	25	28	30	32	34	36	40
m	5	15	17	24	25	16	10

36. Дайте точечную оценку генеральной дисперсии по данному распределению выборки объема $n = 100$:

X	1250	1280	1290	1300
m	10	20	30	40

37. При подсчете количества листьев на каждом из 20 комнатных растений определенного вида получены следующие результаты:
9, 10, 7, 13, 12, 8, 9, 10, 12, 11, 11, 7, 8, 9, 12, 12, 13, 13, 8, 10. При доверительной вероятности $\gamma=0,95$ дайте интервальную оценку генеральной средней количества листьев на растениях.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

	Задания	Варианты ответов
1	Статистической совокупностью называется множество объектов, характеризующихся:	а) только некоторым качественным признаком; б) только некоторым количественным признаком; в) некоторым количественным или качественным признаком.
2	Множество всех студентов-первокурсников страны представляет собой:	а) генеральную совокупность; б) выборочную совокупность.
3	Объекты выборочной статистической совокупности отбираются из соответствующей генеральной совокупности:	а) определенным образом; б) случайным образом.
4	Свойства выборки тем лучше отражают соответствующие свойства генеральной совокупности:	а) чем меньше объем выборки; б) чем больше объем выборки; в) от объема выборки это не зависит.
5	Как называется выборка, по данным которой можно достаточно уверенно судить об интересующем нас признаке генеральной совокупности?	а) бесповторной; б) повторной; в) возвратной; г) репрезентативной.
6	Сумма частот вариант выборочной совокупности:	а) меньше объема выборки; б) равна объему выборки; в) больше объема выборки.
7	Графическим изображением статистического дискретного ряда распределения является:	а) полигон частот или относительных частот; б) гистограмма частот или относительных частот.
8	Ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами $(x_1; n_1), (x_2; n_2), \dots, (x_k; n_k)$ называется:	а) полигон частот; б) полигон суммы частот; в) полигон относительных частот; г) полигон частот.
9	Графическим изображением статистического интервального ряда распределения является:	а) полигон частот или относительных частот; б) гистограмма частот или относительных частот.
10	Какие статистические совокупности относятся к	а) если число членов совокупности

	генеральным?	$n \rightarrow \infty$; б) если число членов совокупности ограничено; с) если совокупность состоит только из дискретных величин.
11	Какие статистические совокупности относятся к выборочным?	а) если число членов совокупности $n \rightarrow \infty$; б) если число членов совокупности ограничено; с) если совокупность состоит только из дискретных величин.
12	Выборочное среднее квадратичное отклонение определяется по формуле:	а) $\bar{x}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i m_i$; б) $\sigma_B = \sqrt{D_B}$; с) $D_B = \bar{x}^2 - (\bar{x}_B)^2$; д) $\bar{x}_B = \sum_{i=1}^n x_i p_i$.
13	Числовые характеристики, каких статистических совокупностей являются случайными величинами?	а) генеральных; б) выборочных; с) ни тех ни других.
14	Генеральная средняя определяется по формуле:	а) $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i x_i$; б) $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$; с) $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2$; д) $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x})^2$.
15	Для определения точечных оценок числовых характеристик случайной величины необходимо:	а) иметь выборку из генеральной совокупности; б) применить метод наименьших квадратов; с) построить гистограмму распределения относительных частот; д) все выше перечисленные.
16	Дополните: Разность между случайной величиной и ее математическим ожиданием называется ...	
17	Наилучшей оценкой генеральной средней является:	а) исправленная выборочная дисперсия; б) средняя выборочная; с) генеральная дисперсия; д) исправленное среднее квадратичное отклонение.
18	Генеральной дисперсией называется:	а) $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i x_i$

		b) $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$; c) $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2$; d) $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x})^2$.
19	Чем шире доверительный интервал:	а) тем меньше соответствующая доверительная вероятность; б) тем больше соответствующая доверительная вероятность; в) доверительная вероятность не зависит от ширины доверительного интервала.
20	Исправленной выборочной дисперсией называется:	а) $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m_i x_i$; б) $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$; в) $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2$; д) $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k m_i (x_i - \bar{x})^2$.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

Рекомендуемая литература:

1. ЭБС «Znanium»: Кочетков Е.С. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. - 2-е изд., испр. и перераб. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 240 с.

2. ЭБС «Znanium»: Хуснутдинов Р.Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 205 с. (Высшее образование: Бакалавриат).

3. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. - 4-е изд., испр. - М. : Айрис-пресс, 2008. - 288 с.

Дополнительная литература:

1. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Элементы математической статистики. Рабочая тетрадь/ Крон Р.В., Попова С.В., Долгих Е.В., Смирнова Н.Б., Долгополова А.Ф., Тынянко Н.Н. - 2-е изд., перераб. и доп. – Ставрополь: «АГРУС», Ставрополь, 2011. – 72 с.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : Учебное пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. - М. : Высш. шк., 2000. - 400с.