

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Симоновский А.Я.**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО  
ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
СТУДЕНТОВ**

**Б1.Б.03 Математическое моделирование и проектирование**

---

Шифр и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

**35.04.04 Агрономия**

---

Шифр и наименование направления подготовки

**Агрохимические основы управления питанием растений и  
плодородием почвы**

---

наименование профиля

**Программа академической магистратуры**

---

Ориентация ОП ВО в зависимости от вида(ов) профессиональной деятельности

**Магистр**

---

Квалификация выпускника

**Очная, заочная**

---

Форма обучения

Ставрополь, 2019

## 1. Общие положения

1.1 Методические указания предназначены для студентов:

– **роль преподавателя** заключается в организации самостоятельной работы с целью приобретения студентом общекультурных и профессиональных компетенций, позволяющих сформировать у студента способности к саморазвитию, самообразованию и инновационной деятельности;

– **роль студента** заключается в том, чтобы в процессе самостоятельной работы под руководством преподавателя превратиться в творческую личность, способную самостоятельно приобретать знания, умения и владения, формулировать проблему и находить оптимальный путь её решения.

1.2 В указаниях определены требования и условия организации самостоятельной работы студентов СтГАУ которая, согласно требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС ВО) является важнейшим элементом образовательного процесса.

1.3 Самостоятельная работа студентов СтГАУ является составной частью основных образовательных программ подготовки бакалавров. Приобретение общекультурных и профессиональных компетенций выпускниками, сформулированных в ФГОС ВО и в основной образовательной программе, невозможно без организации высокоэффективной самостоятельной работы студента. Это требует соответствующей реорганизации учебного процесса в части образовательной составляющей, усовершенствования учебно-методической документации, внедрения новых информационно-образовательных технологий, обновления технического и программного обеспечения самостоятельной работы, новых технологий самоконтроля и текущего контроля знаний, умений и владений студента.

1.4 Для повышения эффективности образовательного процесса по всем формам обучения необходимо использовать современные информационные образовательные технологии (система электронного обучения), обеспечивающие совместное добывание знаний, умений и владений студентом и преподавателем.

1.5 В процессе самостоятельной работы студент должен научиться самостоятельно приобретать знания, овладевать способами познавательной деятельности, применять полученные знания, умения и владения в практической деятельности.

1.6 Самостоятельная работа в университете может быть организована индивидуально с каждым студентом и с группой студентов.

1.7 Самостоятельная работа в университете может быть организована как аудиторная, внеаудиторная и инициативная:

- **аудиторная** самостоятельная работа (или СРСП) организуется во время проведения учебных занятий: на лекции, на практическом и лабораторном занятии, на консультации, при выполнении инициативных, учебно-исследовательских, научно-методических, научно-практических и научно-исследовательских работ и т.д. Целью данной работы является развитие знаний, умений и владений опытом практического применения знаний и умений студента по темам, выносимым на самостоятельную работу, под руководством преподавателя, контроль основных видов самостоятельной работы;
- **внеаудиторная** самостоятельная работа предполагает выполнение конкретных видов заданий, подготовку ко всем видам занятий, самостоятельное изучение определённых тем и разделов учебных дисциплин, выполнение курсовых проектов и работ, выполнение выпускных квалификационных работ, выполнение научно-исследовательской работы и т.д. Эта работа не предполагает непосредственного и непрерывного руководства со стороны преподавателя, который должен контролировать, направлять и оценивать ход и результаты самостоятельной работы;
- **инициативная** самостоятельная работа, не предусмотренная основной образовательной программой, осуществляется студентами по собственной **инициативе** с целью реализации своих учебных и научных интересов: участие в научных исследованиях, в выполнении проектно-конструкторских работ и т.д.

### **Формы контроля**

Результативность самостоятельной работы студентов обеспечивается эффективной системой контроля, включающей в себя вопросы по содержанию материалов лекций и проверку, выполнения текущих заданий, контрольных работ, защит расчетно-графических работ, зачет и экзамены.

*Оперативный контроль.* Опросы студентов по содержанию лекций и проверка выполнения текущих заданий проводится на каждом практическом занятии. Результаты проверки фиксируются и сообщаются студенту.

*Рубежный контроль.* В семестре, как правило, проводится 3-5 расчетно-графических работ

*Итоговый контроль.* Семестр заканчивается зачетом.

### План самостоятельной работы

№ семестра	Наименование раздела учебной дисциплины (модуля)	Виды СРС	Всего часов	Коды формируемых компетенций
9	<b>Элементы линейного программирования</b>			
	Понятие о моделировании; классификация моделей.	Решение задач, выполнение РГР	10	ОК-1; ПК-2. ПК-5.
	Геометрический метод решения задач линейного программирования. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.	Решение задач, выполнение РГР, подготовка к контрольной работе	14	ОК-1; ПК-2. ПК-5.
	Метод искусственного базиса. Двойственная задача.	Решение задач, выполнение РГР	12	ОК-1; ПК-2. ПК-5.
	Общая постановка транспортной задачи. Методы составления первоначального плана. Метод улучшения опорного решения. Метод потенциалов.	Решение задач, выполнение РГР	20	ОК-1; ПК-2. ПК-5.
	<b>Моделирование агроэкосистем</b>			
	Этапы моделирования, модели посева, агрофитоценоза, системы защиты растений, сорта; методика проектирования современных	Решение задач, выполнение РГР, подготовка к коллоквиуму	10	ОК-1; ПК-2. ПК-5.

№ семестра	Наименование раздела учебной дисциплины (модуля)	Виды СРС	Всего часов	Коды формируемых компетенций
	технологий возделывания культур;			
	Разработка моделей и проектов агро-технологий на различную продуктивность сельскохозяйственных культур.	Решение задач, выполнение РГР	10	ОК-1; ПК-2. ПК-5.
ИТОГО часов в семестре:			76	

## Раздел 1. Математическое моделирование и проектирование

**Тема: Экономико-математические модели.**

**Цель изучения темы:** научиться применять математические методы, составлять модели различных экономических ситуаций, решать эти задачи, используя средства вычислительной техники.

**Задачи:** изучить методы составления и использования различных математических моделей.

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** методы количественного анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования; основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией (;

**2. После изучения темы:** принципы, закономерности и методы экономико-математического моделирования; модели экономических систем и процессов, процедуру разработки моделей и оценки их адекватности; основы поиска оптимальных решений в рамках экономико-математических моделей.

**Студент должен уметь:** использовать экономико-математические методы и модели, связанные с решением оптимизационных задач, экономико-статистические модели и производственные функции при сборе и обработке данных для целей земельного и городского кадастров, мониторинга земель, проведения операций купли - продажи и залога земли и недвижимости;

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля

1. Сущность экономико-математического моделирования.
2. Этапы моделирования и разработки управленческих решений.
3. Методы моделирования и прогнозирования и их использование
4. Основные типы моделей и их применение в экономике.
5. Экспертные методы при принятии управленческих решений
6. Этапы построения эконометрических моделей.
7. Оценка качества регрессионной модели.
8. Корреляционно-регрессионный анализ динамики прибыли организации.
9. Постановка производственной оптимизационной задачи.
10. Использование оптимизационного моделирования.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. Этапы моделирования и разработки управленческих решений включают:

- А. Выбор модели;
  - Б. Постановка задачи управленцем;
  - В. Сбор информации для решения поставленной задачи;
  - Г. Выбор критериев оценки эффективности решения;
  - Д. Построение экономико-математических моделей;
  - Е. Решение задачи;
  - Ж. Сравнение вариантов решения по критериям эффективности;
- З. Принятие управленческого решения.

Укажите правильный ответ:

1. А, Б, В, Е, З.
2. Б, В, Г, Д, Е, Ж, З.

2. Принципы моделирования:

- А. системности;

- Б. адекватности;
- В. наблюдаемости;
- Г. альтернативности;
- Д. лояльности;
- Е. комплексности и относительной самостоятельности;
- Ж. важности.

Укажите правильный ответ:

1. А, Б, В, Д.
2. А, Б, В, Г, Д, Е, Ж.
3. А, Б, В, Г, Е.

3. Методами коллективной работы экспертной группы являются:

- А. Анкетирование;
- Б. метод Дельфи;
- В. метод мозгового штурма;
- Г. метод интервью;
- Д. метод Лагранжа.

Укажите правильный ответ:

1. А, Б, В, Г, Д.
2. А, Г. 3. Б, В.

4. Индивидуальными методами проведения экспертизы являются:

- А. Анкетирование;
- Б. метод Дельфи;
- В. метод мозгового штурма;
- Г. метод интервью;
- Д. метод Лагранжа.

Укажите правильный ответ:

1. А, Б, В, Г, Д.
2. А, Г. 3. Б, В.

5. Коэффициент конкордации используется для:

- А. проверки плана на оптимальность;
- Б. отбора потенциальных экспертов;
- В. выявления согласованности мнений экспертов.

Укажите правильный ответ:

- 4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

## **Рекомендуемая литература:**

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.
2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.
3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Тема: Этапы построения ЭММ.**

**Цель изучения темы:** освоение понятия и типов моделей, их классификация и цели создания. Особенности применяемых экономико-математических методов. Общая характеристика основных этапов экономико-математического моделирования. Применение стохастических моделей в экономике.

**Задачи:** изучить алгоритм составления и исследования математической модели экономической задачи

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** принципы, закономерности и методы экономико-математического моделирования; модели экономических систем и процессов, процедуру разработки моделей и оценки их адекватности; основы поиска оптимальных решений в рамках экономико-математических моделей.

**2. После изучения темы:** предназначение основных направлений использования экономико-математических методов; виды экономико-математических моделей; основные этапы построения экономико-математических моделей; порядок интерпретации основных видов экономико-математических моделей;



**Студент должен уметь:** строить экономико-математические модели разного типа; интерпретировать результаты моделирования при планировании и диагностике развития предприятия.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Модель национального дохода. Производство и распределение.
  2. Общеэкономическое равновесие в неоклассической и кейнсианской моделях.
  3. Модели занятости и инфляции.
  4. Моделирование распределения дохода среди групп населения. Кривая Лоренца и коэффициент Джини.
  5. Модели стохастических финансовых потоков.
  6. Производственно-организационные модели банковской деятельности.
  7. Модели управления денежными средствами.
  8. Математическое моделирование кредитно-денежной политики.
  9. Открытая экономика. Тождество национальных счетов. Модель управления налоговым органом.
  10. Статистическое прогнозирование налоговых доходов.
  11. Имитационное моделирование рисков в экономике.
  12. Модели анализа, прогнозирования и регулирования рыночной экономики
- 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. План перевозки груза в транспортной сети представляется в виде массива элементов размерности  $m \times n$  вида:

$$X = (x_{11}, \dots, x_{1n}, x_{21}, \dots, x_{2n}, \dots, x_{m1}, \dots, x_{mn}),$$

где план перевозок  $x$  может рассматриваться как вектор, распадающийся на  $m$  групп, по  $n$  элементов в каждой, чему соответствует  $i$ -я группа  $x_{i1}, \dots, x_{in}$ :

а) стоимости перевозки груза из  $i$ -го пункта производства во все возможные пункты потребления;

б) объемам груза, вывозимым из  $i$ -го пункта производства во все возможные пункты потребления;

в) объемам груза, вывозимым из всех пунктов производства во все возможные пункты потребления, кроме  $i$ -го;

г) стоимости перевозки груза из всех пунктов производства во все возможные пункты потребления, кроме  $i$ -го.

2. Каким образом любую несбалансированную транспортную модель можно свести к сбалансированной в случае, когда суммарное предложение больше суммарного спроса:

а) уменьшить предложение одного из поставщиков;

б) уменьшить на одного количество поставщиков;

в) сделать стоимость перевозки одного из поставщиков равной нулю;

г) ввести фиктивного  $(n + 1)$  потребителя.

3. Каким образом любую несбалансированную транспортную модель можно свести к сбалансированной в случае, когда суммарное предложение меньше суммарного спроса:

а) увеличить предложение одного из поставщиков;

б) уменьшить на одного количество потребителей;

в) ввести фиктивного  $(m + 1)$  поставщика;

г) уменьшить спрос одного из потребителей.

4. Какую размерность будет иметь матрица задачи, если привести условия транспортной задачи к канонической форме задачи линейного программирования:

а)  $(n + m) \cdot n \cdot m$ ; б)  $(n + m)$ ; в)  $n \cdot m$ ; г)  $(n + m)^2$ .

5. Сколько ненулевых компонент должен содержать невырожденный базисный план транспортной задачи:

а)  $n + m - 1$ ; в)  $n \cdot m - (m + n - 1)$ ;

б)  $(n + m)$ ; г)  $n \cdot m - (m + n)$ .

6. Чему равно общее число неизвестных в транспортной задаче:

а)  $n + m - 1$ ; в)  $(n + m) \cdot n \cdot m$ ;

б)  $n \cdot m$ ; г)  $n \cdot m - 1$ .

7. Экономическое прогнозирование (ЭП):

а) это процесс разработки экономических прогнозов, основанных на научных методах познания экономических явлений и использования всей совокупности методов, средств и способов экономической прогностики;

б) это предсказание специалиста в области экономики, основанное на интуитивно-субъективных ощущениях;

в) это чтение о возможной связи, существующей между расположением небесных светил и экономическими явлениями, о возможности предсказания будущего по положению звезд;

г) это предсказание экономического будущего (благополучие или упадок) и определение характера человека по крупным линиям и бугоркам на ладонях.

8. К числу основных принципов разработки прогнозов не относится:

а) альтернативность; в) комплексность;

б) адекватность; г) системность.

9. Системность экономического прогнозирования определяет:

а) анализ явления как единого целого и как совокупность относительно самостоятельных направлений прогнозирования;

б) большой опыт, а также систематические предсказания специалиста в области экономики, дающего интуитивные прогнозы;

- в) анализ явления как связи между положениями различных звездных систем (созвездия, солнечная, и др.);
- г) верного ответа из вышеприведенных не имеется.

10. Какие этапы включает в себя процесс прогнозирования, опирающийся на статистические методы:

- а) накопление данных и обобщение данных, наблюдаемых достаточно продолжительный период, и представление статистических закономерностей в виде модели;
- б) накопление данных и дедукция;
- в) накопление данных и обобщение данных, наблюдаемых достаточно продолжительный период, и представление статистических закономерностей в виде модели, дедукция;
- г) обобщение данных за несколько периодов и представление статистических закономерностей в виде модели, дедукция.

11. Основной формой представления информации о динамике экономических показателей являются:

- а) остаточные ряды;
- б) временные ряды;
- в) математические ожидания;
- г) среднеквадратические отклонения.

12. Производственная функция описывает зависимость между:

- а) факторами производства и объемом выпущенной продукции;
- б) налогами и объемом выпущенной продукции;
- в) факторами производства и зарплатой рабочих.

13. Аналитическая форма производственной функции:

- а) не меняется и является линейной функцией;
- б) может меняться в зависимости от целей и задач исследования;
- г) не меняется и является степенной функцией.

14. Производственная функция Кобба–Дугласа имеет вид:

- а)  $y = a \cdot x_1 \cdot x_2$ ; б)  $y = a \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2}$ ; в)  $y = a_0 \cdot x + a_1$ .

15. В производственной функции Кобба–Дугласа предельная производительность труда:

- а) всегда равна средней производительности;
- б) иногда равна средней производительности;
- г) всегда ниже средней производительности.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб.пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч.2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Раздел 2. Представление экономических систем в форме задач линейного программирования и их оптимизация**

### **Тема: «Геометрический метод решения задач линейного программирования»**

**Цель изучения темы:** научиться распознавать основные проблемные ситуации, которые могут быть формализованы в виде задачи линейного программирования, познакомиться с геометрическим методом нахождения оптимального решения и анализом оптимального решения на чувствительность.

**Задачи:** Изучить понятие методов математического программирования; составить общую задачу линейного программирования; рассмотреть на примерах решения задач линейного программирования.

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** предназначение основных направлений использования экономико-математических методов; виды экономико-математических моделей; основные этапы построения экономико-математических моделей; порядок интерпретации основных видов экономико-математических моделей;

**2. После изучения темы:** понятия допустимого и оптимального решений, значения задачи ЛП; алгоритм нахождения оптимального решения задачи ЛП геометрическим методом; методы анализа оптимального решения ЛП на чувствительность

**Студент должен уметь:** решать различные задачи графическим методом, проводить анализ решения задач линейного программирования на чувствительность.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Назовите основные предположения, которым должна удовлетворять модель ЛП.
  2. Назовите основные этапы формализации задачи ЛП.
  3. Сформулируйте проблему, которую можно формализовать как задачу ЛП.
  4. Дайте определение задачи ЛП.

5. Дайте определение допустимого решения задачи ЛП и допустимого множества решений задачи ЛП.
6. Что понимают под оптимальным решением задачи ЛП?
7. Дайте определение выпуклого множества.
8. Что такое крайняя (экстремальная) точка множества?
9. Какую структуру имеет множество допустимых решений задачи ЛП?
10. Сформулируйте алгоритм геометрического метода решения задачи ЛП.
11. В чем отличие решения задачи ЛП максимизации от задачи ЛП минимизации при геометрическом методе?
12. Сколько решений может иметь задача ЛП?
13. В чем сущность анализа оптимального решения на чувствительность?
14. Дайте определение активного (связывающего) ограничения.
15. Что такое дефицитный ресурс?
16. Что понимают под теневой (двойственной) ценой ресурса?
17. Чему равна теневая цена недефицитного ресурса?
18. Можно ли улучшить значение целевой функции, изменяя запас недефицитного ресурса?
19. Всегда ли изменение коэффициентов целевой функции приводит к изменению оптимального решения задачи ЛП?

### 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

**1.** Укажите математическую модель для задачи: Предприятие для производства трех видов продукции А, В и С использует три вида основного сырья: Н, П и Р. Нормы расхода сырья каждого вида на производства 1 т продукции данного вида приведены в таблице. В ней же указано общее количество сырья каждого вида, которое может быть использовано предприятием, а также приведена прибыль от реализации 1 т продукции данного вида.

Найти план производства продукции, обеспечивающий максимальную прибыль от ее реализации.

Вид сырья	Нормы расхода сырья (т) на 1 т продукции			Общее количество сырья (т)
	А	В	С	
Н	0.8	0.5	0.6	400
П	0.4	0.4	0.3	300
Р	-	0.1	0.1	500
Прибыль от реализации 1 т продукции (руб)	108	112	126	

1.1 Найти минимум функции  $F = 108x_a + 112x_b + 126x_c$  при условиях:

$$0,8x_a + 0,5x_b + 0,6x_c \leq 400$$

$$0,4x_a + 0,4x_b + 0,3x_c \leq 300$$

$$0,1x_b + 0,1x_c \leq 500$$

$$x_a, x_b, x_c \geq 0$$

1.2 Найти максимум функции  $F = 108x_a + 112x_b + 126x_c$  при условиях:

$$0,8x_a + 0,5x_b + 0,6x_c \geq 400$$

$$0,4x_a + 0,4x_b + 0,3x_c \geq 300$$

$$0,1x_b + 0,1x_c \geq 500$$

$$x_a, x_b, x_c \geq 0$$

1.3 Найти максимум функции  $F(x) = 108x_a + 112x_b + 126x_c$ , при условиях:

$$0,8x_a + 0,5x_b + 0,6x_c \leq 400$$

$$0,4x_a + 0,4x_b + 0,3x_c \leq 300$$

$$0,1x_b + 0,1x_c \leq 500$$

$$x_a, x_b, x_c \geq 0$$



1.4 Найти минимум функции  $F(x) = 108x_a + 112x_b + 126x_c$ , при условиях:

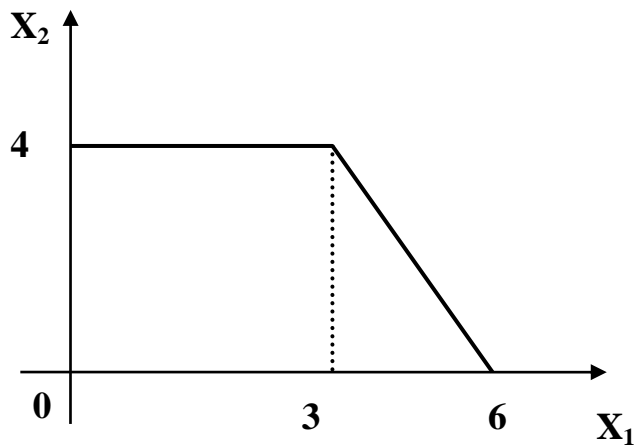
$$0,8x_a + 0,5x_b + 0,6x_c \leq 400$$

$$0,4x_a + 0,4x_b + 0,3x_c \leq 300$$

$$0,1x_b + 0,1x_c \leq 500$$

$$x_a, x_b, x_c \geq 0$$

2. Область допустимых решений задач линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции  $z = 3x_1 + 3x_2$  равно...

1) 20; 2) 23; 3) 18; 4) 21.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Тема: «Симплекс-метод решения задач линейного программирования»**

**Цель изучения темы:** составление оценочных характеристик для задач линейного программирования, получение навыков использования симплекс-метода для решения задач линейного программирования, усвоение различий получаемых результатов, изучение табличной формы применения симплекс-метода.

**Задачи:** изучить и научиться применять на практике симплекс - метод для решения задач линейного программирования.

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** понятия допустимого и оптимального решений, значения задачи ЛП; алгоритм нахождения оптимального решения задачи ЛП геометрическим методом; методы анализа оптимального решения ЛП на чувствительность

**2. После изучения темы:** сущность и основные этапы симплексного решения. Особенности построения опорного плана. Каноническая форма задачи линейного программирования. Ввод дополнительных переменных в ограничения-неравенства. Понятие векторного базиса и механизмы векторной замены. Теоремы оптимальности. Алгоритм пересчета симплекс-таблицы.

**Студент должен уметь:** принимать решение по выбору соответствующей модели в той или иной практической ситуации; оценивать эффективность предлагаемых решений на основе построенных моделей; решать статические задачи линейного программирования симплекс-методом;

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля

1. По каким правилам выполняется шаг преобразований Жордана – Гаусса при решении СЛАУ?
2. Какое решение называется опорным?
3. Каким условиям должен удовлетворять разрешающий элемент при переходе от одного опорного решения к другому?
4. В чем заключается идея симплекс-метода?
5. В каком виде должна быть записана модель ЗЛП для решения симплекс-методом?

6. Как построить первое базисное решение? В каком случае оно будет опорным решением ЗЛП?
7. Из каких этапов состоит переход от одного опорного решения к другому?
8. Как определить, какой из столбцов выбирается за разрешающий в симплекс-преобразованиях?
9. Что является критерием оптимальности решения ЗЛП в симплекс-методе?
10. Как определяется текущее значение целевой функции из таблицы?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. При решении задачи линейного программирования симплекс-методом была получен следующий результат (см. табл.). Найдите значение функции  $F$ , если  $F = 30 X_1 + 20 X_2$ .

баз	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	в
$X_2$	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	5
$X_1$	1	0	0	1	0	40
$X_5$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	15
F	0	0	-5	-20	0	

1.  $F=1300$
2.  $F=950$
3.  $F=50$
4.  $F=550$

2. При решении задачи линейного программирования симплекс-методом была получен следующий результат (см. табл.). Найдите значение функции  $F$ , если  $F = 30 X_1 + 20 X_2$ .

баз	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	в
$X_2$	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	2
$X_1$	1	0	0	1	0	30
$X_5$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	15
F	0	0	-5	-20	0	

1.  $F=50$

2.  $F=950$
3.  $F=1300$
4.  $F=550$

3. При решении задачи линейного программирования симплекс-методом была получен следующий результат (см. табл.). Найдите значение функции  $F$ , если  $F = 30 X_1 + 20 X_2$ .

баз	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	в
$X_2$	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	5
$X_1$	1	0	0	1	0	20
$X_5$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	15
F	0	0	-5	-20	0	

1.  $F=50$
2.  $F=950$
3.  $F=550$
4.  $F=1300$

**Пример 4.4.** Фирма выпускает изделия четырех типов. При этом используется сырье двух видов, запасы которого соответственно 1200 и 1000 единиц. Нормы расхода сырья на изготовление каждого типа продукции, а также доход, полученный от выпуска единицы каждого типа продукции, заданы таблицей:

Сырье	Нормы расхода				Объем ресурсов
	I	II	III	IV	
1	4	2	1	4	1200
2	1	5	3	1	1000
Доход	15	5	3	20	

Составить план производства, обеспечивающий фирме наибольший суммарный доход.

**Решение.** Обозначим через  $X = (x_1; x_2; x_3; x_4)^T$  план выпуска продукции. Математическая модель задачи примет вид:

$$Z = 15x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 20x_4 \rightarrow \max ,$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 1200, \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 1000, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1, 4}).$$

Преобразуем ее к каноническому виду. Введем две дополнительные (балансовые) неотрицательные переменные  $x_5$  и  $x_6$  и перейдем к функции  $Z_1 = -Z$ . Модель примет вид:

$$\begin{aligned} Z_1 &= -15x_1 - 5x_2 - 3x_3 - 20x_4 - 0 \cdot x_5 - 0 \cdot x_6 \rightarrow \min, \\ \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 &= 1200, \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 + x_6 &= 1000, \end{cases} \\ x_j &\geq 0 \quad (j = \overline{1, 6}). \end{aligned}$$

Поиск решения ЗЛП состоит из следующих этапов: нахождение первоначального опорного плана, проверка полученного опорного плана на оптимальность и переход от одного опорного плана к другому, если найденный опорный план не является оптимальным.

1. Запишем условия задачи в виде симплексной таблицы:

БП	Переменные						Свободный член
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
$x_5$	4	2	1	4	1	0	1200
$x_6$	1	5	3	1	0	1	1000
$Z_1$	-15	-5	-3	-20	0	0	0

Так как все свободные члены неотрицательны, то таблица содержит первоначальный опорный план. Его получим, положив свободные переменные равными нулю:  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ , при этом базисные переменные равны значениям соответствующих свободных членов. Имеем:

$$X_{\text{оп}}^1 = (0; 0; 0; 0; 1200; 1000)^T, \quad Z_1 = Z_1(X_{\text{оп}}^1) = 0.$$

2. Выпишем вектор  $r$ , компонентами которого являются коэффициенты при свободных переменных целевой функции:

$$r = (-15; -5; -3; -20).$$

Все компоненты вектора  $r$  отрицательны, следовательно, первоначальный опорный план  $X_{\text{оп}}^1$  не является оптимальным.

3. Выберем максимальную по модулю отрицательную компоненту вектора  $r$ :

$$\max\{|-15|; |-5|; |-3|; |-20|\} = |-20|.$$

Ей соответствует четвертый столбец таблицы. Анализируем коэффициенты вектора-столбца коэффициентов при  $x_4$ . Они положительны:  $a_{14} = 4$ ,  $a_{24} = 1$ . Есть возможность перейти к новому опорному плану, выведя из свободных переменных  $x_4$ .

Выберем четвертый столбец за разрешающий и перейдем к пункту 4.

4. Для выбора разрешающей строки составим неотрицательные отношения:

$$\frac{b_1}{a_{14}} = \frac{1200}{4}, \quad \frac{b_2}{a_{24}} = \frac{1000}{1}$$

и выберем среди них минимальное значение:

$$\min \left\{ \frac{1200}{4}; \frac{1000}{1} \right\} = \frac{1200}{4}.$$

Разрешающей строкой будет первая, разрешающим элементом – элемент  $a_{14} = 4$ .

5. Выполняя симплексное преобразование с разрешающим элементом  $a_{14} = 4$ , приходим к новой таблице:

БП	Переменные						Свободный член
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
$x_4$	1	1/2	1/4	1	1/4	0	300
$x_6$	0	9/2	11/4	0	-1/4	1	700
$Z_1$	5	5	2	0	5	0	6000

Таблица содержит новый опорный план:

$$X_{\text{оп}}^2 = (0; 0; 0; 300; 0; 700)^T.$$

Видим, что все компоненты вектора  $r = (5; 5; 2; 5)$  положительные, следовательно, этот опорный план является оптимальным, при этом  $Z_{1 \min} = -6000$ .

Обратимся к исходной модели. В ней содержится 4 переменные и целевая функция  $Z = -Z_1$ . Оптимальным решением исходной задачи будет

$$X^* = (0; 0; 0; 300)^T,$$

при этом  $Z_{\max} = 6000$ .

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

## **Рекомендуемая литература:**

### Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.
2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.
3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

### Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.



## **Тема: «Двойственная задача»**

**Цель изучения темы:** освоение методики составления двойственной задачи линейного программирования, решения ее симплекс-методом и экономическая интерпретация двойственной задачи линейного программирования.

**Задачи:** изучить правила построения двойственных задач и ознакомиться с экономической интерпретацией теории двойственности.

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** сущность и основные этапы симплексного решения. Особенности построения опорного плана. Каноническая форма задачи линейного программирования. Ввод дополнительных переменных в ограничения-неравенства. Понятие векторного базиса и механизмы векторной замены. Теоремы оптимальности. Алгоритм пересчета симплекс-таблицы.

**2. После изучения темы:** основные теоремы: анализ оптимального плана двойственной задачи; двойственный симплексный метод; определения; алгоритм двойственного симплексного метода; основные результаты теории двойственности в линейном программировании.

**Студент должен уметь:** строить двойственные задачи к задаче линейного программирования; исследовать зависимость решения задачи линейного программирования от параметров задачи

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Какая задача ЛП называется двойственной?
  2. По каким правилам получается двойственная задача ЛП из основной?
  3. Какие двойственные задачи относятся к классу симметричных и несимметричных?
  4. Привести примеры двойственных задач, следующих из основных задач ЛП.
  5. Сформулируйте в экономических терминах задачу об оптимальном использовании сырья.
  6. Запишите общий вид модели задачи об оптимальном использовании сырья, двойственной к производственной задаче.

7. Какое экономическое содержание имеют переменные задачи об оптимальном использовании сырья?
8. Какое экономическое содержание имеет целевая функция задачи об оптимальном использовании сырья?
9. Какое экономическое содержание имеют ограничения в задаче об оптимальном использовании сырья?
10. Что является решением задачи об оптимальном использовании сырья?
11. Опишите правила построения двойственной задачи для ЗЛП на максимум.
12. Как связаны значения целевых функций на произвольны планах прямой и двойственной ЗЛП?
13. Что можно сказать о решении двойственной ЗЛП, если целевая функция прямой ЗЛП неограниченно возрастает на множестве планов?
14. Что можно сказать о решении двойственной ЗЛП, если множество планов прямой ЗЛП пусто?
15. Что можно сказать о решении двойственной ЗЛП, если прямая ЗЛП имеет решение?
16. Как связаны значения прямой и двойственной целевой функции на оптимальных планах соответствующих задач?
17. Как по решению прямой задачи построить решение двойственной задачи?
18. Сформулируйте и поясните условия дополнительной нежесткости.
19. Как по решению прямой ЗЛП в симметричной форме табличным симплекс-методом можно найти решение двойственной ЗЛП?

### 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. Если в оптимальном плане исходной задачи некоторый ресурс использован не полностью, то его двойственная оценка равна:

- а) нулю
- б) 100
- в) 1
- г) отлична от нуля

2. Если в оптимальном плане исходной задачи некоторый ресурс использован полностью, то его двойственная оценка равна:

- а) нулю
- б) 100
- в) 1
- г) отлична от нуля

3 В оптимальный план исходной задачи вошло производство только тех товаров, для которых двойственная оценка затраченных на их выпуск ресурсов:

- а) равна доходу от их продажи
- б) равна нулю
- в) больше дохода от их продажи
- г) меньше дохода от их продажи

4. В оптимальный план исходной задачи не вошло производство тех видов товаров, для которых стоимость ресурсов на их производство:

- а) больше дохода от их реализации
- б) меньше дохода от их реализации
- в) равна нулю
- г) равна 100

5. Если в оптимальном плане какое-либо ограничение по ресурсу выполняется как равенство, т.е. данный ресурс используется полностью, то он является:

- а) дефицитным
- б) недефицитным
- в) равным нулю
- г) нет правильного ответа

6. Ресурс, не являющийся дефицитным, в оптимальном плане имеет оценку, равную:

- а) нулю
- б) меньше нуля
- в) больше нуля

г) 1

7 Величина двойственной оценки показывает:

- а) на сколько возрастает значение целевой функции при увеличении дефицитного ресурса на единицу
- б) на сколько уменьшается значение целевой функции при увеличении дефицитного ресурса на единицу
- в) на сколько возрастает значение целевой функции при уменьшении дефицитного ресурса на единицу
- г) нет правильного ответа

8 Если прямая задача имеет оптимальное решение, то двойственная ей:

- а) также имеет оптимальное решение
- б) может не иметь оптимального решения ввиду несовместности ограничений
- в) противоречива
- г) верны все ответы

9. Если  $X$  - оптимальный план прямой задачи, а  $Y$  – система оптимальных оценок ресурсов (оптимальный план двойственной задачи), то

а) максимальный доход от производства продукции равен оценке ресурсов ( $Z(X) = F(Y)$ )

б) максимальный доход от производства продукции больше оценки ресурсов

в) максимальный доход от производства продукции меньше оценки ресурсов

г) нет правильного ответа

10. Экономический смысл переменных двойственной задачи состоит:

а) в относительной оценке ресурсов предприятия

б) в характеристике плана выпуска продукции

в) в нахождении базисного плана

г) все ответы верные

11. Какой пункт правил построения двойственной задачи сформулирован неверно:

а) если целевая функция исходной задачи максимизируется, то целевая функция двойственной – минимизируется, и наоборот

б) количество ограничений исходной задачи равно количеству переменных двойственной

в) количество переменных исходной задачи равно количеству ограничений двойственной

г) матрица коэффициентов при переменных в ограничениях исходной и двойственной задачах совпадают

12. Какой пункт правил построения двойственной задачи сформулирован неверно:

а) матрица коэффициентов при неизвестных в ограничениях исходной задачи в двойственной транспонируется

б) свободные члены ограничений исходной задачи в двойственной являются коэффициентами при переменных в целевой функции

в) коэффициенты при переменных в целевой функции исходной задачи являются свободными членами ограничений двойственной

г) количество ограничений исходной задачи всегда больше количества переменных двойственной

13. Объем ресурса равен 1500. Значение целевой функции 50. Двойственная оценка ресурса равна 12,5. Каким станет значение целевой функции, если объем ресурса увеличится на 1.

а) 62,5

б) 1551

в) 1512,5

г) 50

14. Хозяйство располагает тремя видами ресурсов: А, В, С. В результате решения задачи на максимум получены двойственные оценки этих ресурсов: 10,5; 0; 5. Какое утверждение неверное:

- а) самый дефицитный ресурс А
- б) ресурс В не полностью использован
- в) при уменьшении объема ресурса С на 1 единицу целевая функция увеличится на 5
- г) нет правильного ответа

15. Хозяйство должно произвести продукции С не менее 1500 единиц. В результате решения задачи по оптимальному плану продукции С будет выпущено 2000 единиц.

Какое утверждение верно:

- а) двойственная оценка продукции равна нулю
- б) двойственная оценка продукции больше нуля
- в) двойственная оценка продукции меньше нуля
- г) нет верного ответа

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

#### **Рекомендуемая литература:**

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Тема: «Метод потенциалов. Транспортная задача с ограниченными пропускными способностями»**

**Цель изучения темы:** постановка транспортной задачи; построение алгоритма решения транспортных задач при помощи метода потенциалов.

**Задачи:** изучить понятие транспортной задачи и методы ее решения; развить и закрепить навыки решения транспортных задач при помощи метода потенциалов.

### **Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** основные теоремы: анализ оптимального плана двойственной задачи; двойственный симплексный метод; определения; алгоритм двойственного симплексного метода; основные результаты теории двойственности в линейном программировании.

**2. После изучения темы:** общую постановку транспортной задачи (ТЗ); математическая модель ТЗ; основные определения (допустимый план, оптимальный план, базисный или опорный план, вырожденный или невырожденный, закрытая задача); основные теоремы; алгоритм построения 1-го опорного плана; потенциалы; алгоритм метода потенциалов. ТЗ с «закрытым» потребителем; альтернативный оптимум в ТЗ. Приложение транспортных моделей к решению некоторых экономических задач.

**Студент должен уметь:** применять различные методы для решения транспортной задачи.

### **Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.

2) Ответить на вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте транспортную задачу.
2. Что является целевой функцией в транспортной задаче?
3. В чем состоят ограничения транспортной задачи?
4. Что называется планом транспортной задачи?
5. Какой план называется оптимальным планом транспортной задачи?
6. Какая модель транспортной задачи называется закрытой?
7. Какая модель транспортной задачи называется открытой?
8. Сформулируйте условие баланса транспортной задачи
9. Как открытую модель транспортной задачи свести к закрытой?

10. Опишите содержание таблицы, применяемой для решения транспортной задачи.
11. Какой план транспортной задачи называется опорным?
12. Какой план транспортной задачи называется вырожденным?
13. Как проверить, является ли полученный вырожденный план опорным?
14. Какой опорный план транспортной задачи невырожденный?
15. Какие методы построения начального опорного плана транспортной задачи Вам известны? Опишите их.
16. Какие клетки в транспортной таблице, содержащей опорный план, называются занятыми? Свободными?
17. В чем состоит метод потенциалов решения транспортной задачи?
18. Как рассчитать потенциалы поставщиков и потребителей в методе потенциалов?
19. Как рассчитать оценки свободных клеток в методе потенциалов?
20. Что является признаком множественности оптимальных решений?
21. Что является критерием оптимальности полученного решения?
22. Если полученное оптимальное решение не единственное, то как получить альтернативное решение?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1 Сколько этапов в алгоритме метода потенциалов для закрытой транспортной задачи:

- а) 1;
- б) 2;
- в) 3;
- г) 4.

2 Правила построения замкнутого маршрута. Выбери неправильный:

- а) маршрут замкнутый, т.е. начинается с плохой клетки и в ней же заканчивается;
- б) переход от одной клетки маршрута к другой, осуществляется только по горизонтали и по вертикали;
- в) в углах поворота маршрута должны находиться пустые клетки;
- г) в углах поворота маршрута должны находиться занятые клетки.

3 Транспортная задача, в которой имеет место равенство, называется:

- а) замкнутой;
- б) закрытой;
- в) незамкнутой;
- г) открытой.

4 Методы построения плана перевозок, входят 3 метода. Выбери, который не входит:

- а) метод «Северо-западного» угла;
- б) метод наименьших стоимостей;
- в) метод «Северо-восточного» угла;
- г) метод аппроксимации Фогеля.

5 Если баланс не выполняется, то ограничения или имеют вид неравенств типа «меньше или равенство», транспортная задача называется:

- а) открытая;
- б) закрытая;
- в) замкнутая;
- г) незамкнутая.

6 Методом потенциалов решаются только какие задачи?

- а) закрытые;
- б) открытые;
- в) замкнутые;
- г) нет правильного ответа.

7 Условие транспортной задачи обычно записывается в виде:

- а) плана;
- б) матрицы;
- в) схемы;
- г) нет правильного ответа.

8 Сколько замкнутых маршрутов существует для каждой пустой клетки, удовлетворяющие правилам замкнутого маршрута:

- а) 0;
- б) 1;
- в) 2;
- г) 3.

9 Если план неоптимальный, нужно:

- а) построить новый план и убедиться в том, что он невырожденный;
- б) построить новый план;
- в) построить план и проверить на оптимальность;
- г) все ответы правильные.

10 Для решения открытой транспортной задачи методом потенциалов ее сводят к:

- а) закрытой;
- б) замкнутой;
- в) незамкнутой;
- г) нет правильного ответа.



11 Алгоритм метода потенциалов может быть представлен в виде последовательности итераций и шагов, обеспечивающих переход от одного плана перевозок к другому, до получения ... решения:

- а) минимального;
- б) максимального;
- в) оптимального;
- г) все ответы правильные.

12 Что должно находиться в углах поворота маршрута:

- а) занятые клетки;
- б) пустые клетки;
- в) занятые и пустые клетки;
- г) все ответы правильные.

13 Суть алгоритма решения задачи заключается в следующем. Выбери неправильный:

- а) построить план перевозок и проверить его на вырожденность;
- б) проверить план на оптимальность;
- в) проверить на вырожденность;
- г) нет правильного ответа.

14 Процесс улучшения плана осуществляется в соответствии с так называемым планом «... маршрута», по которому происходит перераспределение постановок и улучшение ранее построенного плана:

- а) замкнутого;
- б) открытого;
- в) закрытого;
- г) нет правильного ответа.

15 Плохая клетка – это:

- а) клетка, в которой не выполняется условие  $C_{ij} \geq U_i + V_j$ , при решении задачи на минимум ( или  $C_{ij} \leq U_i + V_j$  при решении на максимум);
- б) клетка, в которой выполняется условие  $C_{ij} \geq U_i + V_j$ , при решении на минимум;
- в) клетка, в которой выполняется условие  $C_{ij} \leq U_i + V_j$  при решении на максимум;
- г) все ответы правильные.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь / Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

### **Раздел 3. Методы теории игр и принятия решений**

#### **Тема: Критерий недостаточного основания Лапласа.**

**Цель изучения темы:** получение общетеоретических знаний о теории игр и методе экспертных оценок.

**Задачи:** изучение классификации игр; изучение особенностей решения матричных игр в чистых стратегиях; изучение смешанных стратегий в матричных играх; изучение критериев принятия решений в статистических играх.

**Студент должен знать:**

- 1. До изучения темы:** предназначение основных направлений использования экономико-математических методов; виды экономико-математических моделей; основные этапы построения экономико-математических моделей; порядок интерпретации основных видов экономико-математических моделей;
- 2. После изучения темы:** решение матричных игр в чистых стратегиях; смешанные стратегии в матричных играх; принятие решений в условиях неопределенности; метод экспертных оценок.

**Студент должен уметь:** выбирать оптимальную стратегию в статистической игре, определять когда необходимо применять критерий недостаточного основания Лапласа.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Дайте определение игры.
  2. Дайте определение хода и стратегии.
  3. По каким принципам производится классификация игр?
  4. Как подразделяются игры по числу игроков?
  5. Как подразделяются игры в зависимости от количества стратегий?
  6. Как подразделяются игры по характеру взаимодействия между игроками?
  7. Как подразделяются игры по виду выигрышей?
  8. Как подразделяются игры по виду функции выигрышей?
  9. Как записать игру с нулевой суммой в виде платежной матрицы?

10. Что такое нижняя и верхняя цена игры?
11. Что такое оптимальная чистая стратегия? При каких условиях существует оптимальная чистая стратегия?
12. Как уменьшить размерность платежной матрицы?
13. Приведите примеры решения матричных игр в задачах реальной экономики.
14. Существует ли решение матричной игры, нижняя цена которой не равна верхней? Как называется такая игра?
15. Что такое смешанная стратегия игрока?
16. Что такое активная стратегия?
17. Что такое цена матричной игры со смешанным расширением?
18. В каком интервале находится цена матричной игры со смешанным расширением?
19. Каким будет значение выигрыша в матричной игре, если один из игроков придерживается своей оптимальной смешанной стратегии?
20. Что такое решение матричной игры со смешанным расширением?
21. Какими методами решается матричная игра со смешанным расширением?
22. Сформулируйте математическую запись задачи определения оптимальной смешанной стратегии в матричной игре для каждого игрока.
23. Какое преобразование коэффициентов платежной матрицы необходимо произвести перед началом решения матричной игры со смешанным расширением? Каков смысл этого преобразования?
24. Как определить значение цены игры и вероятности выбора стратегий игроков по результатам решения задачи?
25. Приведите примеры решения матричных игр со смешанным расширением в задачах реальной экономики.
26. Что такое статистическая игра? В каких ситуациях возникает необходимость решения статистических игр?
27. Как называется игрок в статистической игре? С чем взаимодействует игрок в статистической игре?
28. Является ли статистическая игра игрой с нулевой суммой?
29. От чего зависит выбор критерия принятия решения в статистической игре?

2) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

1. Дана платежная матрица 3 x 4, которая определяет выигрыш первого игрока.

$$A = |a_{ij}| = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 11 & 7 \\ 7 & 6 & 8 & 20 \\ 6 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

цена игры:

- а) 6
- б) 2
- в) 1
- г) 20

2. Дана платежная матрица 3 x 4, которая определяет выигрыш первого игрока.

$$A = |a_{ij}| = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & -1 & -3 \\ 9 & -2 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

цена игры:

- а) 6
- б) 2
- в) 1
- г) -3

3. Дана платежная матрица 3 x 4, которая определяет выигрыш первого игрока.

$$A = |a_{ij}| = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & -1 & -3 \\ 9 & -2 & -5 & 1 \end{bmatrix}.$$

цена игры:

- а) не решается в чистых стратегиях
- б) 2
- в) 1
- г) -3

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь / Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Тема: Максиминый критерий Вальда.**

**Цель изучения темы:** получение общетеоретических знаний о теории игр и методе экспертных оценок.

**Задачи:** изучение критериев принятия решений в статистических играх.

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** решение матричных игр в чистых стратегиях; смешанные стратегии в матричных играх; принятие решений в условиях неопределенности; метод экспертных оценок.

**2. После изучения темы:** когда используется стратегия при которой минимальный выигрыш максимален, т.е. стратегия, гарантирующая при любых условиях выигрыш, не меньший, чем максимин, т.е. выбор критерия Вальда для построения той стратегии, для которой в худших условиях выигрыш максимален.

**Студент должен уметь:** выбирать оптимальную стратегию в статистической игре, определять когда необходимо применять максиминый критерий Вальда.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. По каким критериям принятия решения определяется наиболее выгодная стратегия ЛПР в ситуации, когда известны вероятности состояний окружающей среды?
  2. Какие критерии принятия решения применяются в случае отсутствия информации о вероятностях состояний окружающей среды?
  3. Какие критерии принятия решения используются в условиях значительного риска потери выигрыша?
  4. Какие критерии принятия решения используются в условиях необходимости получения минимально гарантированного выигрыша?
  5. Какие критерии принятия решения используются в условиях недостоверности информации о вероятностях состояний окружающей среды?
  6. Что такое критерий азартного игрока? В каких случаях он применяется?
  7. Что такое коэффициент пессимизма? Как он определяется?
  8. Что такое матрица рисков? Как рассчитываются коэффициенты матрицы рисков?

9. Приведите примеры решения статистических игр в задачах реальной экономики.

10. В каких ситуациях возникает необходимость определения экономического эффекта информации с помощью методов теории игр?

11. Из каких компонентов складывается эффект прогноза для ЛПР?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

**ЗАДАНИЕ.** Найти оптимальный вариант электростанции по критериям Лапласа, Вальда, Гурвица с показателями 0,8 и 0,3 и Сэвиджа по заданной таблице эффективностей:

Таблица эффективностей

Среда Варианты	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	10	8	4	11
A <sub>2</sub>	9	9	5	10
A <sub>3</sub>	8	10	3	14
A <sub>4</sub>	7	7	8	12

**Критерий Вальда.** Это *максиминный критерий*, он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что, если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.

В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки  $K(A_i) = \min_j k_{ij}, i = 1, \dots, m$ .

Оптимальной считается система из строки с максимальным значением эффективности:

$$K_{\text{опт}} = \max \{K(A_i), i = 1, \dots, m\}$$

Вычисляем:  $K(A_1) = 4, K(A_2) = 5, K(A_3) = 3, K(A_4) = 7$ .

Лучшая стратегия по этому критерию  $A_4$ .

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.



Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

**Тема: Критерий максиминного риска Севиджа.**

**Цель изучения темы:** получение общетеоретических знаний о теории игр и методе экспертных оценок.

**Задачи:** изучение критериев принятия решений в статистических играх.

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** решение матричных игр в чистых стратегиях; смешанные стратегии в матричных играх; принятие решений в условиях неопределенности; метод экспертных оценок.

**2. После изучения темы:** ситуации, в которой оправдано применение критерия Сэвиджа, учет степени воздействия фактора риска на величину выигрыша

**Студент должен уметь:** выбирать оптимальную стратегию в статистической игре, определять когда необходимо применять критерий максиминного риска Севиджа.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. От чего зависит выбор критерия принятия решения в статистической игре?
  2. По каким критериям принятия решения определяется наиболее выгодная стратегия ЛПР в ситуации, когда известны вероятности состояний окружающей среды?
  3. Какие критерии принятия решения применяются в случае отсутствия информации о вероятностях состояний окружающей среды?
  4. Какие критерии принятия решения используются в условиях значительного риска потери выигрыша?
  5. Какие критерии принятия решения используются в условиях необходимости получения минимально гарантированного выигрыша?
  6. Какие критерии принятия решения используются в условиях недостоверности информации о вероятностях состояний окружающей среды?
  7. Что такое критерий азартного игрока? В каких случаях он применяется?
  8. Что такое коэффициент пессимизма? Как он определяется?
  9. Что такое матрица рисков? Как рассчитываются коэффициенты матрицы рисков?

10. Приведите примеры решения статистических игр в задачах реальной экономики.

11. В каких ситуациях возникает необходимость определения экономического эффекта информации с помощью методов теории игр?

12. Из каких компонентов складывается эффект прогноза для ЛПР?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

ЗАДАНИЕ. Найти оптимальный вариант электростанции по критериям Лапласа, Вальда, Гурвица с показателями 0,8 и 0,3 и Сэвиджа по заданной таблице эффективностей:

Таблица эффективностей

Среда Варианты	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	10	8	4	11
A <sub>2</sub>	9	9	5	10
A <sub>3</sub>	8	10	3	14
A <sub>4</sub>	7	7	8	12

**Критерий Сэвиджа.** Минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце:  $\Delta k_{ij} = \max_j k_{ij} - k_{ij}$ .

После преобразования матрицы используется критерий минимакса:

$$K(A_i) = \max_j \Delta k_{ij}, \quad i = 1, \dots, m, \quad K_{opt} = \min \{K(A_i), \quad i = 1, \dots, m\}$$

Матрице эффективности будет соответствовать матрица потерь:

Среда Варианты	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>
A <sub>1</sub>	0	2	4	3
A <sub>2</sub>	1	1	3	4
A <sub>3</sub>	2	0	5	0
A <sub>4</sub>	3	3	0	2

Вычисляем теперь:

$$K(A_1) = 4, \quad K(A_2) = 4, \quad K(A_3) = 5, \quad K(A_4) = 3$$

Лучшая стратегия по этому критерию A<sub>4</sub>.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Небезин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для

вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

#### **Раздел 4. Элементы теории графов и сетевого планирования**

## **Тема: Задача нахождения оптимального пути**

**Цель изучения темы:** изучить основы теоретико-множественного и графического представлений графов, простейших свойств графов, получить практический навык задания и визуализации графа на плоскости; выработать представление о методе нахождения кратчайших путей во взвешенном графе.

**Задачи:** рассмотреть метод Дейкстры нахождения кратчайших путей, изучить сведения о методике построения базы для взвешенного графа.

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** сущность экономико-математического моделирования; математические модели экономических систем: классификация, методология моделирования; модель задачи линейного программирования и методы ее решения; модель транспортной задачи и методы ее решения.

**2. После изучения темы:** модель сетевого планирования и управления (СПУ) и метод вычисления основных количественных параметров СПУ программными средствами; оптимизационные методы теории графов для решения.

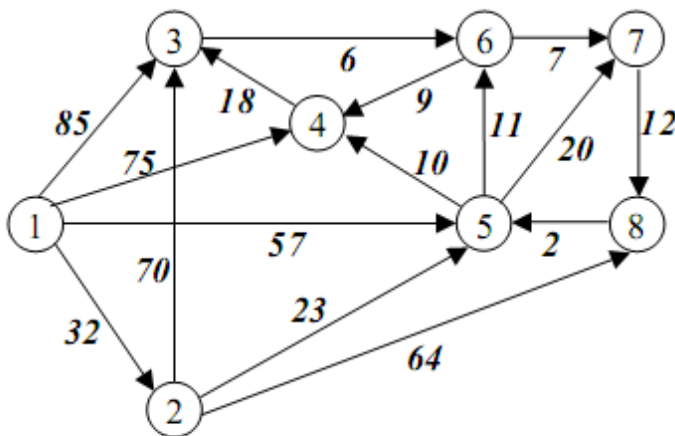
**Студент должен уметь:** формализовать конкретную практическую задачу с целью создания ее экономико-математической модели; правильно интерпретировать результаты решения конкретной практической задачи с помощью экономико-математических методов.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Что называется графом? Ориентированным графом? Приведите примеры.
  2. Что такое степень вершины?
  3. Перечислите основные понятия, связанные с неориентированными графами.
  4. Перечислите основные понятия, связанные с орграфами.
  5. В чем состоит аналитический способ задания графа?
  6. В чем состоит геометрический способ задания графа?
  7. В чем состоит матричный способ задания графа?

8. Что называется маршрутом, циклом и цепью графа?
  9. Сформулируйте понятие связности графа. Какой граф называют связным?
  10. Какие два графа называются изоморфными?
  11. Сформулируйте алгоритм изоморфизма двух графов.
  12. Перечислите операции над графами
- 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

**ЗАДАНИЕ.** Найти кратчайшие пути в орграфе от первой вершины ко всем остальным, используя алгоритм Дейкстры. Постройте дерево кратчайших путей.



**РЕШЕНИЕ:** Найдем кратчайший путь от вершины  $x_1$  до всех вершин, используя алгоритм Дейкстры. Он заключается в том, что вершинам графа присваиваются временные метки, которые затем по определенным правилам заменяются на постоянные метки. Будем использовать обозначения:

$L^*(x_i)$  - постоянная метка вершины  $x_i$ ,

$L^n(x_i)$  - новая временная метка вершины  $x_i$ ,

$L^c(x_i)$  - старая временная метка вершины  $x_i$ ,

$R_{ij}$  - вес ребра, соединяющего вершины  $x_i$  и  $x_j$ .

Новая временная метка вычисляется по формуле:

$$L^n(x_j) = \min \{ L^c(x_j), R_{ij} + L^*(x_i) \}$$

После этого из всех временных меток выбирается наименьшая, и она становится постоянной меткой. Действия продолжаются, пока не будут найдены постоянные метки для всех вершин графа. Результаты действий на каждом шаге будем заносить в таблицу. В предпоследний столбец заносим вершину, получившую постоянную метку, в последний столбец – величину этой метки (для данного шага).

Шаг 1. Начальная вершина  $x_1$ , имеет постоянную метку  $L^*(x_1) = 0$ , остальные вершины имеют временную метку  $\infty$ .

Шаг 2. Определяем множество последователей вершины  $\Gamma(x_1) = \{x_3, x_4, x_5, x_2\}$ . Пересчитываем их временные метки по основной формуле.  $L^n(x_3) = 85$ ,  $L^n(x_4) = 75$ ,  $L^n(x_5) = 57$ ,  $L^n(x_2) = 32$ . Берем вершину  $x_2$  с минимальной временной меткой 32, присваиваем этой вершине постоянную метку  $L^*(x_2) = 32$ .

Шаг 3. Определяем множество последователей вершины  $\Gamma(x_2) = \{x_3, x_5, x_8\}$ . Пересчитываем их временные метки по основной формуле.  $L^n(x_3) = \min\{85, 32 + 70\} = 85$ ,  $L^n(x_5) = \min\{57, 32 + 23\} = 55$ ,  $L^n(x_8) = 32 + 64 = 96$ . Берем вершину  $x_5$  с минимальной временной меткой 55, присваиваем этой вершине постоянную метку  $L^*(x_5) = 55$ .

Шаг 4. Определяем множество последователей вершины  $\Gamma(x_5) = \{x_4, x_6, x_7\}$ . Пересчитываем их временные метки по основной формуле.  $L^n(x_4) = \min\{75, 55 + 10\} = 65$ ,  $L^n(x_6) = 55 + 11 = 66$ ,  $L^n(x_7) = 55 + 20 = 75$ . Берем вершину  $x_4$  с минимальной временной меткой 65, присваиваем этой вершине постоянную метку  $L^*(x_4) = 65$ .

Шаг 5. Определяем множество последователей вершины  $\Gamma(x_4) = \{x_3\}$ . Пересчитываем их временные метки по основной формуле.  $L^n(x_3) = \min\{85, 65 + 18\} = 83$ . Берем вершину  $x_6$  с минимальной временной меткой 66, присваиваем этой вершине постоянную метку  $L^*(x_6) = 66$ .

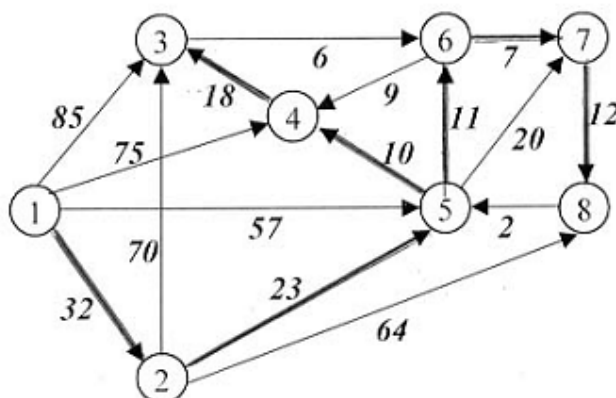
Шаг 6. Определяем множество последователей вершины  $\Gamma(x_6) = \{x_4, x_7\}$ . Пересчитываем их временные метки по основной формуле.  $L^n(x_7) = \min\{75, 66 + 7\} = 73$ . Берем вершину  $x_7$  с минимальной временной меткой 73, присваиваем этой вершине постоянную метку  $L^*(x_7) = 73$ .

Шаг 7. Определяем множество последователей вершины  $\Gamma(x_7) = \{x_8\}$ . Пересчитываем их временные метки по основной формуле.  $L^n(x_8) = \min\{96, 73 + 12\} = 85$ . Берем вершину  $x_3$  с минимальной временной меткой 83, присваиваем этой вершине постоянную метку  $L^*(x_3) = 83$ .

Шаг 8. Определяем множество последователей вершины  $\Gamma(x_3) = \{x_6\}$ . Эта вершина уже имеет постоянную метку. Поэтому берем последнюю вершину  $x_8$  с временной меткой 85, присваиваем этой вершине постоянную метку  $L^*(x_8) = 85$ .

Шаги	Вершины								$x_i$	$L^*(x_i)$
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$		
1	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$x_1$	0
2		32	85	75	57	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$x_2$	32
3			85	75	55	$\infty$	$\infty$	96	$x_5$	55
4			85	65		66	75	96	$x_4$	65
5			83			66	75	96	$x_6$	66
6			83				73	96	$x_7$	73
7			83					85	$x_3$	83
8								85	$x_8$	85

Кратчайшие пути найдены, их длина приведена в последних двух столбцах расчетной таблицы. Построим дерево кратчайших путей (ребра дерева обведены жирным) – ребра (1,2), (2,5), (5,4), (4,3), (5,6), (6,7), (7,8).



4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

#### Рекомендуемая литература:

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб.пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.



Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.
2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

\

## Тема: Построение сетевых моделей.

**Цель изучения темы:** введение в понятийные основы моделирования систем.

**Задачи:** рассмотреть различные подходы построения сетевых моделей (сетевых графиков)

**Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** сущность экономико-математического моделирования; математические модели экономических систем: классификация, методология моделирования; модель задачи линейного программирования и методы ее решения; модель транспортной задачи и методы ее решения.

**2. После изучения темы:** определение критического пути, о сетевом моделировании как процессе; о различных видах сетевых моделей.

**Студент должен уметь:** владеть технологией моделирования; представить модель в математическом и алгоритмическом виде; оценить качество модели; показать теоретические основания модели; проводить статистическое моделирование систем.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Дайте определение сетевой модели.
  2. Перечислите основные правила построения сетевой модели.
  3. Перечислите основные типы сетевых моделей.
  4. Приведите систему показателей резервов времени.
- 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля
  1. Построить сетевую модель узел – работа для следующего примера:

<i>Операция</i>	<b>Непосредственно предшествующая операция</b>	<i>Операция</i>	<b>Непосредственно предшествующая операция</b>
A	-	E	B, C
B	-	F	C

C	-	G	D, E
D	A,B	H	F, G

2. Компания с ограниченной ответственностью «MR» разрабатывает строительный проект небольшого масштаба. Основные операции проекта, соответствующие им непосредственно предшествующие операции и время их выполнения приведены в таблице:

Операция	Непосредственно предшествующая операция	Продолжительность, дней
A	-	4
B	-	6
C	A,B	7
D	B	3
E	C	4
F	D	5
G	E,F	3

**Требуется:**

1. Дать иллюстрацию проекта с помощью стрелочного сетевого графа.

2. Определить критические операции и общую продолжительность выполнения проекта.

3. Фирма «HydraCompany» выпускает ряд средств для ухода за волосами и для бритья, включая опасные бритвы. Ее конкурент организовал недавно производство нового вида опасных бритв, которые за последние шесть месяцев приобрели большую популярность на потребительском рынке, что оказало обратное воздействие на объемы продаж фирмы «HydraCompany». Администрация приняла решение о

скорейшем внедрении в производство конкурентоспособной продукции и поручила главному бухгалтеру составить план разработки нового продукта и внедрения его на потребительский рынок.

Первый шаг, предпринятый бухгалтером при разработке этого проекта, состоял в определении основных задач, которые необходимо решить в процессе создания нового продукта. Эти задачи перечислены ниже. Он произвел также оценку времени, которое займет решение каждой задачи, и выявил задачи, которые ей предшествуют.

Задача	Время, дней	Предшествующие задачи
А – Создание новой продукции	8	–
В – Создание упаковки	4	–
С – Подготовка производственных мощностей	4	А
Д – Получение сырья и материалов	2	А
Е – Выпуск опытной партии продукции	3	С, Д
F – Упаковка	2	В
Г – Принятие решения о выборе пробного рынка сбыта	1	-
Н – Упаковка опытной партии	2	Е, F
І – Поставка продукции на пробный рынок сбыта	3	Н, Г
Ј – Продажа продукции на пробном рынке сбыта	4	І
К – Оценка результатов внедрения продукции на рынок	3	Ј
Л – Планирование выпуска продукции на национальном уровне	4	К

1. Постройте сетевой граф, отражающий логическую последовательность решения указанных задач, и определите, какой период времени пройдет с момента разработки плана до налаживания серийного выпуска новой продукции (можно предположить, что выпуск продукции на национальном уровне будет иметь место сразу же после составления его плана).

2. Рассчитайте значения резерва времени, соответствующие каждой из некритических операций.

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### **Рекомендуемая литература:**

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Тема: Анализ сетевых моделей**

**Цель изучения темы:** получение целостного представления о принципах применения элементов теории вероятностей при моделировании сетевых процессов – элемента систем массового обслуживания.

**Задачи:** объяснить сущность экономико-математических моделей и методов, а также границы их применимости в решении задач; изучить основные экономико-математические модели и методы; овладеть приемами математической формулировки отдельных связей и явлений различных систем; создать теоретико-методическую и практическую базу для самостоятельного экономико-математического моделирования реальных задач.

**Студент должен знать:**

- 1. До изучения темы:** определение критического пути, о сетевом моделировании как процессе; о различных видах сетевых моделей.
- 2. После изучения темы:** основные способы описания функционирования различных систем массового обслуживания;

**Студент должен уметь:** применять изученные экономико-математические методы в решении практических задач; выявлять наиболее существенные связи моделируемых объектов; определять возможности и границы применения экономико-математических методов и моделей в решении практических задач; формализовать конкретную практическую задачу с целью создания ее экономико-математической модели; правильно интерпретировать результаты решения конкретной практической задачи с помощью экономико-математических методов.

**Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Что представляет собой сетевые методы планирования?
  2. Какие стратегические и тактические задачи помогают решать системы сетевого планирования?
  3. Назовите, что служит основным плановым документом в этих системах?
  4. Как происходит «сшивание» сетевого графика?
  5. Назовите, как принято обозначать события на сетевом графике? Что означает само событие?

6. Что означает поздней срок свершения события? Как он определяется?
  7. Что показывает наличие резервов времени?
  8. Какие пути в сетевых моделях не имеют резервов времени?
  9. Какая существует зависимость между стоимостью работ и продолжительностью их выполнения?
- 3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

Основные понятия сетевой модели:

1. событие,
2. работа,
3. путь.

На рис.1 графически представлена сетевая модель, состоящая из 11 событий и 16 работ, продолжительность выполнения которых указана над работами.

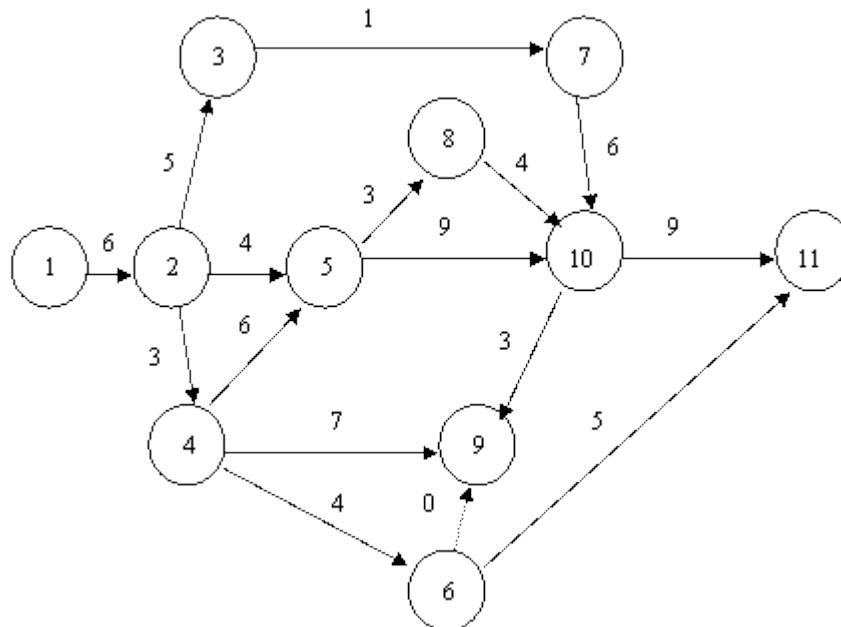


Рис. 1.

Работа характеризует материальное действие, требующее использования ресурсов, или логическое, требующее лишь взаимосвязи событий. При графическом представлении работа изображается стрелкой, которая соединяет два события. Она обозначается парой заключенных в скобки чисел  $(i,j)$ , где  $i$  — номер события, из которого работа выходит, а  $j$  — номер события, в которое она входит. Работа не может начаться раньше, чем свершится событие, из которого она выходит. Каждая работа имеет определенную продолжительность  $t(i,j)$ . Например, запись  $t(2,5) = 4$  означает, что работа  $(2,5)$  имеет продолжительность 5 единиц. К работам относятся также такие процессы, которые не требуют ни ресурсов, ни времени выполнения. Они заключаются в установлении логической

взаимосвязи работ и показывают, что одна из них непосредственно зависит от другой; такие работы называются фиктивными и на графике изображаются пунктирными стрелками (см. работу (6,9)).

**Событиями** называются результаты выполнения одной или нескольких работ. Они не имеют протяженности во времени. Событие свершается в тот момент, когда оканчивается последняя из работ, входящая в него. События обозначаются одним числом и при графическом представлении сетевая модель изображаются кружком (или иной геометрической фигурой), внутри которого проставляется его порядковый номер ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

В сетевой модели имеется начальное событие (с номером 1), из которого работы только выходят, и конечное событие (с номером N), в которое работы только входят.

**Путь** — это цепочка следующих друг за другом работ, соединяющих начальную и конечную вершины, например, в приведенной выше модели путями являются  $L_1 = (1, 2, 3, 7, 10, 11)$ ,  $L_2 = (1, 2, 4, 6, 11)$  и др.

**Продолжительность пути** определяется суммой продолжительностей составляющих его работ. Путь, имеющий максимальную длину, называют критическим и обозначают  $L_{кр}$ , а его продолжительность —  $t_{кр}$ . Работы, принадлежащие критическому пути, называются критическими. Их несвоевременное выполнение ведет к срыву сроков всего комплекса работ.

Сетевая модель имеют ряд характеристик, которые позволяют определить степень напряженности выполнения отдельных работ, а также всего их комплекса и принять решение о перераспределении ресурсов.

Перед расчетом СМ следует убедиться, что она удовлетворяет следующим основным требованиям:

1. События правильно пронумерованы, т. е. для каждой работы  $(i, j)$   $i < j$  (см. на рис. 2 работы (4,3) и (3,2)). При невыполнении этого требования необходимо использовать алгоритм пере нумерации событий, который заключается в следующем:

- нумерация событий начинается с исходного события, которому присваивается № 1;

- из исходного события вычеркивают все исходящие из него работы (стрелки), и на оставшейся сети находят событие, в которое не входит ни одна работа, ему и присваивают № 2;

- затем вычеркивают работы, выходящие из события № 2, и вновь находят событие, в которое не входит ни одна работа, и ему присваивают № 3, и так продолжается до завершающего события, номер которого должен быть равен количеству событий в сетевом графике;

- если при очередном вычеркивании работ одновременно несколько событий не имеют входящих в них работ, то их нумеруют очередными номерами в произвольном порядке.

2. Отсутствуют тупиковые события (кроме завершающего), т. е. такие,



за которыми не следует хотя бы одна работа (событие 5 из рис. 5.2);

3. Отсутствуют события (за исключением исходного), которым не предшествует хотя бы одна работа (событие 7);

4. Отсутствуют циклы, т. е. замкнутые пути, соединяющие событие с ним же самим (см. путь (2,4,3)).

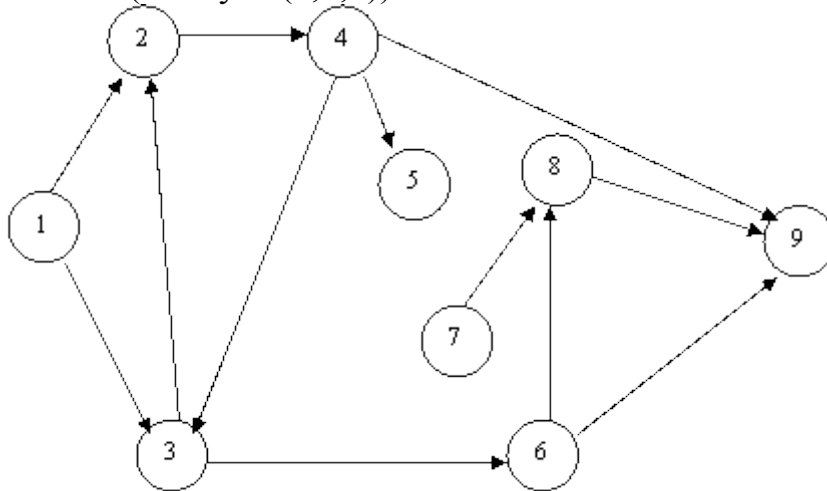


Рис. 2

При невыполнении указанных требований бессмысленно приступать к вычислениям характеристик событий, работ и критического пути.

### Числовые характеристики сетевого графика

Для событий рассчитывают три характеристики: ранний и поздний срок совершения события, а также его резерв.

**Ранний срок** свершения события определяется величиной наиболее длительного отрезка пути от исходного до рассматриваемого события, причем  $t_p(1)=0$ , а  $t_p(N)=t_{кр}(L)$ :

$$t_p(j)=\max\{t_p(i)+t(i,j)\}; j=2,\dots,N$$

**Поздний срок** свершения события характеризует самый поздний допустимый срок, к которому должно совершиться событие, не вызывая при этом срыва срока свершения конечного события:

$$t_n(i)=\min\{t_n(j)-t(i,j)\}; j=2,\dots,N-1$$

Этот показатель определяется «обратным ходом», начиная с завершающего события, с учетом соотношения  $t_n(N)=t_p(N)$ .

Все события, за исключением событий, принадлежащих критическому пути, имеют резерв  $R(i)$ :

$$R(i)=t_n(i)-t_p(i)$$

Резерв показывает, на какой предельно допустимый срок можно задержать наступление этого события, не вызывая при этом увеличения срока выполнения всего комплекса работ. Для всех работ  $(i,j)$  на основе ранних и поздних сроков свершения всех событий можно определить показатели:

Ранний срок начала —  $t_{pn}(i,j)=p(i)$  ;  
 Ранний срок окончания —  $t_{po}(i,j)=t_p(i)+t(i,j)$ ;  
 Поздний срок окончания —  $t_{no}(U)=t_n(j)$ ;  
 Поздний срок начала —  $t_{nn}(i,j)=t_n(j)-t(i,j)$ ;  
 Полный резерв времени —  $R_n(i,j)=t_n(j)-t_p(i)-t(i,j)$ ;  
 Независимый резерв —  
 $R_n(i,j)=\max\{0; t_p(j)-t_n(i)-t(i,j)\}=\max\{0; R_n(i,j)-R(i)-R(j)\}$ .

**Полный резерв** времени показывает, на сколько можно увеличить время выполнения конкретной работы при условии, что срок выполнения всего комплекса работ не изменится.

**Независимый резерв** времени соответствует случаю, когда все предшествующие работы заканчиваются в поздние сроки, а все последующие — начинаются в ранние сроки. Использование этого резерва не влияет на величину резервов времени других работ.

Путь характеризуется двумя показателями — продолжительностью и резервом. Продолжительность пути определяется суммой продолжительностей составляющих его работ.

Резерв определяется как разность между длинами критического и рассматриваемого путей. Из этого определения следует, что работы, лежащие на критическом пути, и сам критический путь имеют нулевой резерв времени. Резерв времени пути показывает, на сколько может увеличиться продолжительность работ, составляющих данный путь, без изменения продолжительности общего срока выполнения всех работ.

Перечисленные выше характеристики СМ могут быть получены на основе приведенных аналитических формул, а процесс вычислений отображен непосредственно на графике, либо в матрице (размерности  $N*N$ ), либо в таблице.

Рассмотрим последний указанный способ для расчета СМ, которая представлена на рис. 1; результаты расчета приведены в табл. 1.

Перечень работ и их продолжительность перенесем во вторую и третью графы табл. 1. При этом работы следует последовательно записывать в гр. 2: сперва начинающиеся с номера 1, затем с номера 2 и т.д.

Таблица 1. Расчет основных показателей сетевой модели

$K_{pp}$	$(i,j)$	$t(i,j)$	$t_{pn}(i,j)=t_p$	$t_{po}(i,j)$	$t_{nn}(i,j)$	$t_{no}(i,j)=t_n$	$R_n$	$R_H$	$K_H$
1	2	3	4	$5=4+3$	$6=7-3$	7	8	9	10
0	(1,2)	6	0	6	0	6	0	0	1
1	(2,3)	5	6	11	12	17	6	0	0,67
1	(2,4)	3	6	9	6	9	0	0	1
1	(2,5)	4	6	10	11	15	5	5	0,44
1	(3,7)	1	11	12	17	18	6	0	0,67

1	(4,5)	6	9	15	9	15	0	0	1
1	(4,6)	4	9	13	17	21	8	0	0,47
1	(4,9)	7	9	16	14	21	5	0	0,67
2	(5,8)	3	15	18	17	20	2	0	0,78
2	(5,10)	9	15	24	15	24	0	0	1
1	(6,9)	0	13	13	21	21	8	0	0,38
1	(6,11)	5	13	18	28	33	15	7	0,38
1	(7,10)	6	12	18	18	24	6	0	0,67
1	(8,10)	4	18	22	20	24	2	0	0,78
2	(9,10)	3	16	19	21	24	5	0	0,67
4	(10,11)	9	24	33	24	33	0	0	1

В первой графе поставим число  $K_{пр}$ , характеризующее количество работ, непосредственно предшествующих событию, с которого начинается рассматриваемая работа.

Для работ, начинающихся с номера «1», предшествующих работ нет. Для работы, начинающейся на номер « $k$ », просматриваются все верхние строки второй графы таблицы и отыскиваются строки, оканчивающиеся на этот номер. Количество найденных работ записывается во все строки, начинающиеся с номера « $k$ ». Например, для работы (5,8) в гр. 1 поставим цифру 2, так как в гр. 2 на номер 5 оканчиваются две работы: (2,5) и (4,5).

Заполнение таблицы начинается с расчета раннего срока начала работ. Для работ, имеющих цифру «ноль» в первой графе, в гр. 4 также заносятся нули, а их значение в гр. 5 получается в результате суммирования гр. 3 и 4. В нашем случае таких работ только одна — (1, 2), поэтому в гр. 4 в соответствующей ей строке проставим 0, а в гр. 5— $0+6=6$ .

Для заполнения следующих строк гр.4, т. е. строк, начинающихся с номера 2, просматриваются заполненные строки гр. 5, содержащие работы, которые оканчиваются на этот номер, и максимальное значение переносится в гр. 4 обрабатываемых строк. В данном случае такая работа лишь одна (1, 2), о чем можно судить по гр. 1. Цифру 6 из гр. 5 переносим в гр. 4 для всех работ, начинающихся с номера 2, т. е. в три последующие строки с номерами (2, 3), (2, 4), (2,5). Далее для каждой из этих работ путем суммирования их значений гр. 3 и 4 сформируем значение гр.5.:

$$t_{po}(2.3)=5+6=11$$

$$t_{po}(2.4)=3+6=9$$

Этот процесс повторяется до тех пор, пока не будет заполнена последняя строка таблицы.

Графы 7 и 6 заполняются «обратным ходом», т. е. снизу вверх. Для этого просматриваются строки, оканчивающиеся на номер последнего события, и из гр. 5 выбирается максимальная величина, которая

записывается в гр. 7 по всем строчкам, оканчивающимся на номер последнего события (см. формулу  $t_n(N)=t_p(N)$ ). В нашем случае  $t(N)=33$ . Затем для этих строчек находится содержимое гр. 6 как разность между гр. 7 и 3. Имеем:

$$t_{po}(10,11)=33-9=24.$$

Далее просматриваются строки, оканчивающиеся на номер события, которое непосредственно предшествует завершающему событию (10). Для определения гр. 7 этих строк (работы (5,10), (7,10), (8,10), (9,10)) просматриваются все строчки гр. 6, лежащие ниже и начинающиеся с номера 10.

В гр. 6 среди них выбирается минимальная величина, которая переносится в гр. 7 по обрабатываемым строчкам. В нашем случае она одна — (10,11), поэтому заносим во все строки указанных работ цифру «24». Процесс повторяется до тех пор, пока не будут заполнены все строки по гр. 6 и 7.

Содержимое гр. 8 равно разности гр. 6 и 4 или гр. 7 и 5. Гр. 9 проще получить, воспользовавшись формулой.

Учитывая, что нулевой резерв времени имеют только события и работы, которые принадлежат критическому пути, получаем, что критическим является путь

$$L_{кр}=(1,2,4,5,10,11), at_{кр}=33 \text{ дня.}$$

Для оптимизации сетевой модели, выражающейся в перераспределении ресурсов с ненапряженных работ на критические для ускорения их выполнения, необходимо как можно более точно оценить степень трудности своевременного выполнения всех работ, а также «цепочек» пути. Более точным инструментом решения этой задачи по сравнению с полным резервом является коэффициент напряженности, который может быть вычислен одним из двух способов по приводимой ниже формуле:

$$K_H(i,j)=\frac{t(L_{max})-t_{кр}}{t_{кр}}-R_n-R_n(i,j)/t_{кр}-t_{кр}$$

где  $t(L_{max})$  — продолжительность максимального пути, проходящего через работу (i,j);

$t_{кр}$  — продолжительность отрезка рассматриваемого пути, совпадающего с критическим путем.

Коэффициент напряженности изменяется от нуля до единицы, причем, чем он ближе к единице, тем сложнее выполнить данную работу в установленный срок. Самыми напряженными являются работы критического пути, для которых он равен 1. На основе этого коэффициента все работы СМ могут быть разделены на три группы:

1. напряженные ( $K_H(i,j)>0,8$ );
2. под критические ( $0,6<K_H(i,j)<0,8$ );
3. резервные ( $K_H(i,j)<0,6$ ).

В результате перераспределения ресурсов стараются максимально уменьшить общую продолжительность работ, что возможно при переводе всех работ в первую группу.

При расчете этих показателей целесообразно пользоваться графиком СМ. Итак, для работ критического пути (1,2), (2,4), (4,5), (5,10), (10,11)  $K_n=1$ . Для других работ:

$$K_n(2,3)=1-(6:(33-(6+9)))=1-0,33=0,67$$

$$K_n(4,9)=1-(5:(33-(6+3+9)))=1-0,33=0,67$$

$$K_n(5,8)=1-(2:(33-(6+3+6+9)))=1-0,22=0,78 \text{ и т.д.}$$

В соответствии с результатами вычислений  $K_n$  для остальных работ, которые представлены в последней графе табл. 1, можно утверждать, что оптимизация СМ возможна в основном за счет двух резервных работ: (6,11) и (2,5).

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### **Рекомендуемая литература:**

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Небезин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Небезин В. П., Кружилов С. И., Небезин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Раздел 5. Модели социально-экономического прогнозирования**

### **Тема: Методы прогнозирования.**

**Цель изучения темы:** теоретические аспекты некоторых методов прогнозирования, сферы применения методов прогнозирования.

**Задачи:** изучить методы прогнозирования и провести их анализ

#### **Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** определение критического пути, о сетевом моделировании как процессе; о различных видах сетевых моделей; основные способы описания функционирования различных систем массового обслуживания;

**2. После изучения темы:** роль прогнозов в принятии научно-обоснованных управленческих решений; современное программное обеспечение по прогнозированию; основные методологические принципы классификации экономических прогнозов.

**Студент должен уметь:** видеть возможности использования статистических методов прогнозирования в профессиональной деятельности; проводить классификацию конкретных задач прогнозирования социально-экономических процессов в зависимости от цели, времени упреждения, масштабности объекта прогнозирования; ориентироваться в современном программном обеспечении по прогнозированию

#### **Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Какова роль статистического прогнозирования в принятии управленческих решений?
  2. Приведите примеры задач прогнозирования социально-экономических процессов на мезоуровне (микроуровне, макроуровне).
  3. Назовите области экономических наук, в которых используются статистические методы прогнозирования.
  4. Дайте определения оперативных и краткосрочных прогнозов.
  5. Приведите примеры задач среднесрочного прогнозирования.

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

**Тестовые задания по предмету Математическое моделирование и проектирование».**

Выберите правильные варианты ответов:

1. Конкретное предсказание, суждение о каком-либо явлении в будущем, на основе научного исследования, называется:

- а) предуказанием
- б) прогнозом
- в) планом.

2. Прогнозирование-это одна из функций управления.

- а) да
- б) нет.

3. Опережающее отображение действительности, основанное на знании законов природы, общества и мышления, называется:

- а) признаком
- б) гипотезой
- в) предвидением.

4. Формами предвидения являются:

- а) гипотеза
- б) план
- в) прогноз
- г) смета
- д) программа.

5. Научная дисциплина, имеющая своим предметом – познание возможных состояний функционирующих объектов в будущем, является, прогнозированием:

- а) экстраполяционным
- б) социально-экономическим
- в) функциональным.

6. Классификация прогнозов, осуществляется по признакам:

- а) количественному
- б) временному
- в) функциональному.

7. Формирование прогноза объективно существующих тенденций развития на основе анализа исторических процессов, является, прогнозированием:

- а) нормативным
- б) исследовательским
- в) оперативным.

8. Нормативный прогноз – это:

- а) определение возможных состояний в будущем

б) определение путей и сроков достижения возможных состояний явления, принимаемых в качестве цели

в) вероятностное описание возможного или желательного.

9. Комплексный прогноз строится при взаимодействии исследовательского и программного прогнозов:

а) да

б) нет

10. К принципам прогнозирования относятся:

а) выделение ведущего звена

б) адекватности прогноза

в) системности

г) субъективности

д) прерывности.

11. Этап прогнозирования, на котором исследуется история развития объекта прогнозирования для получения его систематизированного описания, называется:

а) проспекцией

б) ретроспекцией

в) инспекцией.

12. Статистические методы прогнозирования, относятся к :

а) синоптическим

б) формализованным

в) интуитивным методам.

13. Ряд динамики –это:

а) совокупность наблюдений, упорядоченная по возрастанию некоторого признака

б) последовательность упорядоченных во времени числовых показателей

в) зависимость уровня ряда от фактора времени.

14. Отдельное значение ряда, называется :

а) весом

б) уровнем

в) рангом.

5. Тренд – это:

а) аналитическая функция, которая описывает фактическую усредненную для периода наблюдения ,тенденцию изучаемого процесса во времени

б) модель стационарного процесса, выражающая показатель в виде линейной комбинации

в) инструмент реализации определенного подхода к исследованию объекта.

16. Метод Фостера – Стьюарта позволяет обнаружить тренд в значении дисперсии уровней:

а) да

б) нет.



17. Условием построения временного ряда, является :
- а) сопоставимость его уровней
  - б) несопоставимость его уровней.
18. К интуитивным методам прогнозирования, относятся:
- а) метод «Дельфи»
  - б) метод «интервью»
  - в) метод комиссий
  - г) все перечисленные.
19. Регрессионный анализ не связан с корреляционным анализом:
- а) да
  - б) нет.
20. Механическое выравнивание временного ряда, осуществляет, метод: а) экспоненциального сглаживания
- б) скользящих средних
  - в) опережающей информации.
21. Индивидуальная экспертная оценка, формулируемая экспромтом без предварительного анализа вопросов, представляет собой:
- а) аналитический метод
  - б) метод интервью
  - в) метод комиссий.
22. Величина, которая измеряет степень линейной зависимости между двумя переменными, является:
- а) коэффициентом вариации
  - б) коэффициентом ассимиляции
  - в) коэффициентом корреляции.
23. Возведенный в квадрат коэффициент корреляции, выражающийся в процентах и отражающий величину изменения результативного показателя за счет изменения другой переменной, называется:
- а) дисперсией
  - б) коэффициентом оссимилиации
  - в) коэффициентом детерминации.
24. Вариационным называется ряд распределения, построенный по:
- а) количественным признакам
  - б) качественным признакам
  - в) количественным и качественным признакам.
25. Вариационные ряды распределения, состоят из:
- а) одного элемента
  - б) двух элементов
  - в) множества элементов.
26. Функциональной является связь:
- а) между двумя признаками
  - б) при которой определенному значению фактического признака соответствует два значения результативного признака

в) при которой определенному значению факторного признака соответствует одно значение результативного признака.

27. Простейшими приемами выявления корреляционной связи между двумя признаками, является:

- а) построение поля корреляции
- б) приведение связи параллельных рядов
- в) построение управления корреляционной связи.

28. Укажите метод, с помощью которого рассчитываются значения параметров уравнения регрессии:

- а) метод приведения параллельных рядов
- б) метод наименьших квадратов
- в) графический метод
- г) метод аналитической группировки.

29. Этап прогнозирования, на котором исследуется систематизированное описание объекта, выбора методов и моделей прогнозирования, с целью выявления тенденции его развития, представляет собой:

- а) ранжирование
- б) ретроспекцию
- в) диагноз.

30. На стадии ретроспекции:

- а) происходит сбор, хранение, обработка информации
- б) анализ объекта прогнозирования
- в) вносятся коррективы в модель в соответствии с поступившей информацией

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

### **Рекомендуемая литература:**

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Небезин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Небезин В. П., Кружилов С. И., Небезин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2.ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В.,– Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.

## **Тема: Оценка адекватности и точности прогнозов.**

**Цель изучения темы:** выработка навыков в сборе, обработке статистических данных и построении прогнозов динамики экономических явлений и процессов.

**Задачи:** изучить применение статистических методов для прогнозирования развития предприятий, различных отраслей и экономики в целом, приобрести навыки систематизации и обработки экономической информации, статистического анализа и прогнозирования.

### **Студент должен знать:**

**1. До изучения темы:** понятие о сетевом планировании; роль прогнозов в принятии научно-обоснованных управленческих решений; современное программное обеспечение по прогнозированию; основные методологические принципы классификации экономических прогнозов.

**2. После изучения темы:** роль прогнозирования в управленческой деятельности, виды используемого для составления прогнозов инструментария и алгоритмы его использования.

**Студент должен уметь:** решать задачи расчета прогнозов конкретных экономических процессов и явлений.

### **Задания для самостоятельной внеаудиторной работы студентов по указанной теме:**

- 1) Ознакомиться с теоретическим материалом по теме занятия с использованием конспектов лекций, рекомендуемой учебной литературой.
- 2) Ответить на вопросы для самоконтроля
  1. Охарактеризуйте статистическое прогнозирование как составную часть общей теории прогностики.
  2. Сформулируйте задачи статистического прогнозирования.
  3. Дайте понятие объекта прогнозирования.
  4. Перечислите основные понятия и термины, употребляемые в экономической прогностике.
  5. Охарактеризуйте модели по сложности, масштабности и степени информационного обеспечения.
  6. Раскройте содержание основных показателей точности прогнозов.
  7. Раскройте сущность точечного и интервального прогнозов.
  8. Как осуществляется предварительный анализ рядов динамики?
  9. Раскройте содержание понятия объективизации прогнозов.
  10. Перечислите простейшие методы прогнозирования динамики. Раскройте их сущность.

11. Охарактеризуйте метод прогнозирования на основе экстраполяции трендов.
12. Охарактеризуйте методы прогнозирования на основе кривых роста.
13. Охарактеризуйте метод простого экспоненциального сглаживания.
14. Охарактеризуйте метод гармонических весов.
15. Как достигается точность и надежность прогнозов на основе рядов динамики?

3) Проверить свои знания с использованием тестового контроля

Рассчитать экспоненциальную среднюю для временного ряда курса акций фирмы ЮМ. В качестве начального значения экспоненциальной средней взять среднее значение из 5 первых уровней ряда. Значение параметра адаптации  $a$  принять равным 0,1.

Таблица 1.2.  
Курс акций фирмы IBM

t	y <sub>t</sub>	t	y <sub>t</sub>	t	y <sub>t</sub>
1	510	11	494	21	523
2	497	12	499	22	527
3	504	13	502	23	523
4	510	14	509	24	528
5	509	15	525	25	529
6	503	16	512	26	538
7	500	17	510	27	539
8	500	18	506	28	541
9	500	19	515	29	543
10	495	20	522	30	541

2. По данным задания №1 рассчитать экспоненциальную среднюю при значении параметра адаптации  $a$  равным 0,5. Сравнить графически исходный временной ряд и ряды экспоненциальных средних, полученные при  $a=0,1$  и  $a=0,5$ . Указать, какой ряд носит более гладкий характер.

3. Прогнозирование курса акций фирмы IBM осуществлялось на основе адаптивной полиномиальной модели второго порядка

$$y_{\tau}(t) = a_{1,t} + a_{2,t} \cdot \tau + \frac{1}{2} a_{3,t} \cdot \tau^2,$$

где  $\tau$  - период упреждения.

На последнем шаге получены следующие оценки коэффициентов:

$$\hat{a}_{1,t} = 541,53; \quad \hat{a}_{2,t} = -0,41; \quad \hat{a}_{3,t} = -0,72$$

Рассчитать прогноз курса акций:

- на 1 день вперед ( $\tau = 1$ );
- на 2 дня вперед ( $\tau = 2$ ).

### Решение задания 1.5

#### 1. Определим

$$S_0 = \frac{1}{5} \sum_{t=1}^5 y_t = \frac{1}{5} (510 + 497 + 504 + 510 + 509) = 506$$

Найдем значения экспоненциальной средней при  $a=0,1$ .

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha) S_{t-1}. \quad a=0,1 \text{ – по условию};$$

$$S_1 = \alpha x_1 + (1 - \alpha) S_0; \quad S_1 = 0,1 \times 510 + 0,9 \times 506 = 506,4;$$

$$S_2 = \alpha x_2 + (1 - \alpha) S_1; \quad S_2 = 0,1 \times 497 + 0,9 \times 506,4 = 505,46;$$

$$S_3 = \alpha x_3 + (1 - \alpha) S_2; \quad S_3 = 0,1 \times 504 + 0,9 \times 505,46 = 505,31 \text{ и т.д.}$$

Результаты расчетов представлены в таблице 1.3.

$$2. S_0 = \frac{1}{5} \sum_{t=1}^5 y_t = \frac{1}{5} (510 + 497 + 504 + 510 + 509) = 506$$

$$S_1 = \alpha x_1 + (1 - \alpha) S_0; \quad S_1 = 0,5 \times 510 + 0,5 \times 506 = 508;$$

$$S_2 = \alpha x_2 + (1 - \alpha) S_1; \quad S_2 = 0,5 \times 497 + 0,5 \times 508 = 502,5 \text{ и т.д.}$$

Результаты расчетов представлены в таблице 1.3.

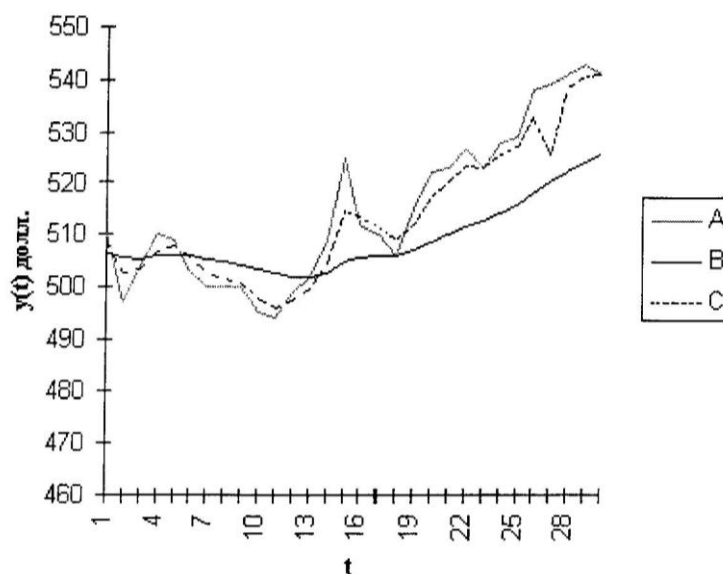
Таблица 1.3.

Экспоненциальные средние

t	Экспоненциальная средняя		t	Экспоненциальная средняя	
	a=0,1	a=0,5		a=0,1	a=0,5
1	506,4	508	16	505,7	513,3
2	505,5	502,5	17	506,1	511,7
3	505,3	503,2	18	506,1	508,8
4	505,8	506,6	19	507,0	511,9
5	506,1	507,8	20	508,5	517
6	505,8	505,4	21	509,9	520
7	505,2	502,7	22	511,6	523,5

8	504,7	501,4	23	512,8	523,2
9	504,2	500,7	24	514,3	525,6
10	503,4	497,8	25	515,8	527,3
11	502,4	495,9	26	518,0	532,7
12	502,0	497,5	27	520,1	525,8
13	502,0	499,7	28	522,2	538,4
14	502,7	504,4	29	524,3	540,7
15	505,0	514,7	30	525,9	540,9

Рисунок 1.2. Экспоненциальное сглаживание временного ряда курса акций: А – фактические данные; В – экспоненциальная средняя при альфа = 0,1; С – экспоненциальная средняя при альфа = 0,5



При  $a=0,1$  экспоненциальная средняя носит более гладкий характер, т.к. в этом случае в наибольшей степени поглощаются случайные колебания временного ряда.

**3.** Прогноз по адаптивной полиномиальной модели второго порядка формируется на последнем шаге, путем подстановки в уравнение модели последних значений коэффициентов и значения  $\tau$  - времени упреждения.

Прогноз на 1 день вперед ( $\tau = 1$ ):

$$\hat{y}_1(t) = 541,53 - 0,41 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot 0,72 = 540,76 \text{ (дол.)}$$

Прогноз на 2 дня вперед ( $\tau = 2$ ):

$$\hat{y}_2(t) = 541,53 - 0,41 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot 0,72 = 539,27 \text{ (дол.)}$$

4) Выполнить другие задания, предусмотренные рабочей программой по дисциплине.

**Рекомендуемая литература:**

Основная литература:

1. ЭБС «Znanium»: Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике: Сборник задач и упр.: учебное пособие для вузов/Невежин В. П., Кружилов С. И., Невежин Ю. В. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015.

2. ЭБС «Znanium»: Сдвижков О.А. Практикум по методам оптимизации: Практикум / Сдвижков О.А. - М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 231 с.

3. Исследование операций в экономике : учеб. пособие для студентов вузов по экон. специальностям и направлениям / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике: Учебник для экон. спец. вузов. В 2-х ч. 2 / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов и др. - М. : Финансы и статистика, 1999. - 376 с.

2. ЭБ Труды ученых СтГАУ: Математические методы в экономических исследованиях Рабочая тетрадь/ Манько А.И., Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Мелешко С.В., – Ставрополь: «Сервисшкола», 2015. – 136 с.